BIBLIOTECA · DEL · DUQUE · DE · OSUNA

Sol 86-B
n. 207

~~83-1~~ 100-5.



CURSO MILITAR
DE
MATHEMATICAS.
TOMO PRIMERO.

CURSO MILITAR
DE
MATHEMATICAS,

SOBRE
LAS PARTES DE ESTAS CIENCIAS,

pertenecientes al Arte de la Guerra, para el uſo de la Real Academia eſtablecida en el Quartèl de Guardias de Corps.

DEDICADO
AL REY NUESTRO SEÑOR
DON FERNANDO SEXTO,

POR MANOS DEL EXCmo. SEñOR DON CENON de Somodevilla, Marquès de la Enſenada, Cavallero de la Inſigne Orden del Toysòn de Oro, y de la Real de San Genaro, Comendador de Piedra-Buena, y de Peña de Martos en la de Calatrava, Cavallero Gran Cruz de la Religion de San Juan, del Conſejo de Eſtado de S. M. Secretario de Eſtado, y del Deſpacho Univerſal de Guerra, Marina, Indias, y Hacienda, Superintendente General de ella, y con Honores de Lugar-Theniente General del Almirantazgo General de Eſpaña, y de las Indias, &c. y Protectòr de la miſma Academia.

POR DON PEDRO PADILLA Y ARCOS, CAPITAN, è Ingeniero Ordinario de los Exercitos, Plazas, y Fronteras de S. M: y Directòr de la referida Academia.

DE ORDEN DE S. M.

EN MADRID, en la Imprenta de Antonio Marin, año de M.DCC.LIII.

SEÑOR.

LLevado de los vivos deſeos de correſponder en algo à la Soberana dignacion, con que V.M. tuvo à bien fiar à mi cuidado la direccion de la Academia de Mathematicas del Quartèl de Guardias de Corps, al miſmo tiempo que por ſu Real Orden de 21. de Diciembre de 1750. fue ſervido eſtablecerla: he formado el preſente Curſo, ò Compendio de las Materias enſeñadas en la expreſſada Academia, para que impreſſo, y aliviados por eſte medio ſus Individuos de la moleſtia del

escrito, incompatible con su servicio diario, puedan hacer mayores progressos en el estudio. No aspiro à otra cosa, Señor, que à tener el honor de ofrecerlo à los Reales Pies de V. M. y espero en su suma benignidad, se digne admitir este primitivo fruto de mis tarèas, que por tantos titulos es de V. M. alentado de lo qual, pueda en adelante tributar otros de mayor consequencia

SEÑOR,

A los Reales Pies de V.M.

Don Pedro Padilla y Arcos.

APRO-

APROBACION DE D. JORGE JUAN, Comendador de Aliaga en el Orden de San Juan, Capitan de Navio de la Real Armada, y de la Compañia de Guardias Marinas, Socio correſpondiente de las Reales Academias de Ciencias de Parìs, de Berlìn, y de la Real Sociedad de Londres.

EXC.^MO^ SEÑOR.

SEñOR. En cumplimiento de la Orden de S. M. comunicada por V. E. he viſto, y examinado un Manuſcripto de Arithmetica, principio de un Curſo Militar de Mathematicas, compueſto por Don Pedro Padilla: y además de hallarle de perfecta claridad, y explicacion, ſe vè en èl tratada la Ciencia con la extenſion, y orden, que ſe debe: por lo que lo juzgo muy digno de la Imprenta, y de mucha utilidad para la enſeñanza.

Nueſtro Señor guarde à V. E. muchos años, como deſeo. Madrid à 2. de Octubre de 1752.

EXC.^mo SEÑOR.

B. L. M. de V. E. ſu mas humilde ſervidor,

Jorge Juan.

Excmo. Señor Marquès de la Enſenada.

PRE-

PREFACIO.

AUnque el preſente Curſo, dirigido à la inſtruccion de un Militar en las partes de las Mathematicas pertenecientes al Arte de la Guerra, parece no requeria otra extenſion, ni tratados, que los de la *Fortificacion*, *Artilleria*, *Ataque*, *Defenſa*, y *Tactica*: el perfecto conocimiento de eſtos, pide una mas que mediana Theorica de algunos otros.

Son eſtos *la Arithmetica*, *la Geometrìa*, *la Mecanica*, *y Geographia*, con alguna noticia de la *Arithmetica Literal*, ò *Algebra*, para demoſtrar por ſu medio aquellos aſſumptos preciſos de los referidos Tratados, que no ſin mucho rodèo, y dificultad ſe darian en ellos.

De unos, y otros ſolo ſe explican aqui aquellos rudimentos, ò principios generales, guiado de los quales, pueda cada uno, ſegun ſu inclinacion, hacer con el tiempo mayores progreſſos en eſta Ciencia, reſpecto de que ni el inſtituto de

una

una Eſcuela, ni las circunſtancias del ſervicio de los concurrentes à eſta, permite otro methodo en la enſeñanza.

Baſtan empero para que un Militar, iluſtrado de ellos, pueda ſervir con utilidad à S. M. no ſolo en qualquiera de los Cuerpos de Infanteria, y Cavalleria, ſino tambien en los facultativos de Ingenieros, Artilleria, y Marina, ſi à la theorica del eſtudio, ſabe juntar la práctica peculiar de cada Cuerpo.

Son aſsimiſmo ſuficientes para aquellos genios eſpeculativos, y amantes del mas rigoroſo orden de Ciencia, que no contentos con una noticia ſuperficial de las materias que ſe tratan, aſpiran ſiempre à las ultimas razones de las coſas: ni era juſto perder de viſta en el preſente Curſo un punto tan eſſencial, pues que ſiendo indiferente explicar los aſſumptos de èl en eſte, ù el otro methodo, ſe dàn en el que ſe conſidera puede abrir el eſpiritu à coſas mayores en progreſſo de las Ciencias, y Artes.

PRE-

PREVIAS NOTICIAS al Curso.

1 MAthematica, segun la derivacion del Griego, es lo mismo, que *Doctrina*, ò *Disciplina*, haviendose apropriado este nombre entre las demàs Ciencias, que igualmente debian participarlo, por la excelencia, y certeza de sus demostraciones, y methodo en indagar la verdad de lo que propone, produciendo en el entendimiento aquel hábito perfecto, que los Philosophos llaman *Ciencia*.

2 Definese: *Ciencia que trata de la can-*

cantidad: entendiendose por el termino de *cantidad* todo aquello que comparado con otra cosa de su misma *especie*, *denominacion*, ò *nombre*, se puede llamar igual, mayor, ò menor: como si la *distancia* de Madrid à Barcelona se compára con la *distancia* de Madrid à Zaragoza, para saber si es igual, mayor, ò menor una que otra.

3 Tres son los principios de que esta Ciencia se sirve, para establecer, y demostrar sus proposiciones, y son *Definiciones*, *Axiomas*, y *Postulados*, en los quales se resuelve como en sus Elementos.

4 Por *Definicion* solo entendemos aqui la explicacion de algun termino, para formar en el entendimiento la idèa de su proprio significado, como que por el termino de *Mathematica* entendamos una *ciencia, que trata de la cantidad.*

Axio-

5 *Axioma* es aquella primera verdad, que à todos, por sì mifma, y fin otra prueba, es manifiefta, como decir, *que el todo es mayor que fu parte.*

6 *Poftulado*, ò *Peticion* es una licencia que fe pide para executar lo que ciertamente fe reconoce factible, como *que un numero fe pueda aumentar, ò difminuir en otro dado.*

7 Los Poftulados folo fe diftinguen de los Axiomas, en que eftos expreffan la propriedad de alguna cofa: como decir del *todo, que es mayor que qualquiera de fus partes*: y los Poftulados enuncian la pofsibilidad de otras, como de *que fea pofsible, que una cantidad, ò numero fe pueda aumentar, ò difminuir en otro dado*: pero unos, y otros logran, como fe vè, igual grado de verdad, y evidencia.

8 Infierenſe, aſsi los Axiomas, como los Poſtulados, immediatamente de las Definiciones; y aſsi definiendo por exemplo *la cantidad* con decir, *es todo aquello, que comparado con otra coſa de ſu miſma eſpecie, ſe puede llamar igual, mayor, ò menor*; ſe infiere el Axioma de que *las cantidades de una miſma eſpecie, ſon iguales, mayor, ò menor una que otra*: eſto es, que *ſon iguales, ò deſiguales*; y el Poſtulado, *de que una cantidad ſe podrà aumentar, ò diſminuir en otra dada.*

9 Sin embargo de eſto, en adelante por el nombre de Axioma entendemos, no ſolamente los referidos, ſino tambien qualquier propoſicion, que reſulta evidente por los principios haſta alli dados.

10 De la combinacion de las Definiciones, Axiomas, y Poſtulados reſultan las propoſiciones Mathematicas, ſus re-

resoluciones, y demostraciones.

11 La proposicion puede ser especulativa, y práctica. La primera, llamada *Theorema*, propone para probar la propriedad de alguna cosa. La práctica, conocida por el nombre de *Problema*, manda executar lo que propone, demostrando su operacion.

12 Para la inteligencia de las proposiciones que siguen, se suele à veces anteponer otra con el nombre de *Lemma*.

13 Las consequencias immediatas, que se deducen de las proposiciones, se llaman *Corolarios*, no siendo otra cosa, que unas proposiciones particulares, cuya demostracion està embebida en la principal, de que son consequencias.

14 Tambien las proposiciones, que se infieren de las Definiciones, y que en vir-

virtud del Articulo 8. debiamos llamar Axiomas, ò Postulados, se les dà el nombre de Corolarios.

15 A las reflexiones, que tal vez conviene añadir sobre lo demostrado, se les dà el nombre de *Scholios*.

16 En quanto al methodo de demostrar, de que se valen los Mathematicos, y de que nosotros usarèmos, es el de citar las proposiciones antecedentemente demostradas, las Definiciones, Axiomas, y Postulados supuestos, dando con unos, y otros Articulos razon de cada cosa; pues nada se debe proferir, que no se demuestre, ò que no conste su demostracion de los principios ya dados.

17 Y como los Quadernos, ò Libros solo deben servir de un promptuario, ò memoria de las especies, que se explican diariamente en la Academia: las

las materias , que se tratan, se tocan muy à la ligera, usando en todo de las expressiones mas concisas, à fin que lo substancial de ellas, parezca prompto al que estudia; y no sirva de embarazo, como suele suceder, la verbosidad en el escrito, quando el todo del aprovechamiento pende de la explicacion en la Academia, y de las frequentes conferencias de unos entre otros.

DIVISION GENERAL de la Mathematica.

18 LA cantidad, objeto de la Mathematica, (2) puede considerarse *entera*, ò *dividida en partes*. De la primera trata la *Geometria*, y de la segunda la *Arithmetica*: de suerte, que toda la Mathematica no es otra cosa, que Arithmetica, y Geometria.

19 La cantidad assimismo puede

conſiderarſe contraìda en particular à alguna coſa, ò abſtraìda por el entendimiento de toda materia: por lo que las Ciencias Mathematicas unas ſon *puras*, ò *abſtractas*, y otras *mixtas*.

20 Las Ciencias abſtractas de la Mathematica regularmente las conocemos por los nombres de Arithmetica, y Geometria, comprehendiendoſe baxo el nombre de Arithmetica la *Vulgar*, que exercita ſus operaciones por los caractéres Arabigos, de que nos ſervimos; y la *Literal*, ò *Algebra*, que ſe vale de letras en lugar de numeros, para repreſentar por una forma general toda eſpecie de cantidad. A la Arithmetica Vulgar ſe reduce la *Logarithmica*.

21 Si las cantidades à que ſe aplica la Algebra ſon finitas, ſe dice *Elementar*, è *Infiniteſimal*; ò *Superior*, ſi ſon infinitas: ſubdividiendoſe eſta ultima en *Diferencial*,

cial, que es quando de las cantidades enteras, ſe averiguan ſus mínimas diferencias; y en *Integral*, que es quando por las diferencias ſe conocen ſus enteros, ò todos.

22 La Geometria ſe divide aſsimiſmo en *Elementar*, *Eſpherica*, y *Superior*. La primera trata de las propriedades del Circulo, y Linea recta: la ſegunda de los Arcos de Circulo maximo, formados ſobre la ſuperficie de una Eſphera: y la tercera ſe emplea en indagar la naturaleza de qualeſquiera Curvas, formadas en qualquier ſuperficie. De la Geometria Elementar deriva la *Trigonometria plana*, ò reſolucion de Triangulos rectilineos planos; y de la Geometria Eſpherica proviene la *Trigonometria Eſpherica*, ò reſolucion de Triangulos Eſphericos, formados con tres arcos de Circulo maximo ſobre una ſuperficie eſpherica.

23 Eſto es por lo que mira à las Ciencias abſtractas; las mixtas pueden ſer innumerables, ſegun los diverſos nombres, que ſe quieran dàr à la cantidad. Pondrèmos algunos exemplares.

24 Si ſe conſidera la cantidad del movimiento de los Cuerpos, y ſu equilibrio, reſulta la *Mechanica*, que ſe divide en *Statica*, la qual trata del Equilibrio de los Cuerpos; y en *Dynamica*, que averigua las leyes de ſu movimiento.

25 La Statica ſe ſubdivide en *Statica propria*, que trata del Equilibrio de los Sólidos, ò Cuerpos phyſicos conſiſtentes; y en *Hydroſtatica*, cuyo empleo es averiguar el Equilibrio de los Cuerpos fluìdos.

26 La Dynamica ſe ſubdivide aſsimiſmo en *Dynamica propria*, que trata de los Cuerpos ſólidos, pueſtos ya en movi-

vimiento; y en *Hydro-Dynamica*, que trata de los fluidos en movimiento. Si el fluido fuere agua, la Hydro-Dynamica se denomina *Hydraulica*; pudiendose referir à la Hydro-Dynamica la *Navegacion.*

27 Si la cantidad se considera en la luz, resulta la *Optica*, y se divide en *Optica propria*, *Catoptrica*, y *Dioptrica*. La primera trata de los rayos de luz directos: la segunda de los reflexos; y la tercera de los refractos. A la Optica pertenece tambien la *Perspectiva.*

28 Si la cantidad se considera en los Cuerpos Celestes, proviene la *Astronomia*, que se divide en *Cosmographia*, ò descripcion del Universo: en *Cronologia*, ò suputacion de los tiempos; y en *Gnomonica*, ò Ciencia de sombras, particularmente del Sol.

29 La Cosmographia se divide en *Urano-graphia*, ò descripcion del Cielo: en *Geographia*, ò descripcion de la Tierra; y en *Hydro-graphia*, ò descripcion de las Aguas.

30 Si la cantidad se considera en los Edificios, se tiene la *Architectura*, que si fueren Civiles, se dice *Civil*: y si Militares, *Architectura Militar*; ò por termino mas general, y proprio de Guerra, *Fortificacion*.

31 Si la cantidad se considera en la violencia del fuego, particularmente de Polvora, resulta la *Pyrotechnia*, que puede ser *Festiva*, ò *Militar*, denominandose esta en termino de Guerra *Artilleria*.

32 Si la cantidad se considera en el numero, ordenacion, marchas, Campamentos, y Funciones de un Exercito, asi para la ofensiva, como para la de-

fen-

fenſiva, provendrà la *Tactica Terreſtre*, y la *Navàl*, ſi eſtas miſmas operaciones ſe executan con Baxeles.

33 Si la cantidad finalmente ſe conſidera en otras muchas coſas de las que en la naturaleza exiſten, ſe tendràn otras tantas Ciencias mixtas, ſubalternas de la Mathematica, que ſiendo aquellas innumerables, ſe puede comprender de eſto la extenſion ſin termino de las Mathematicas, ſu nobleza, utilidad, y conocidas ventajas ſobre otras Ciencias; y ſea eſta ſola reflexion ſu mayor Panegyrico.

34 Las que conducen à nueſtro intento, ſon las ſiguientes, aunque en algunas variados los nombres referidos, por no permitir un eſtilo Militar tan eſcrupuloſas diviſiones, y ſubdiviſiones, mientras ſu ſignificacion comprenda lo miſmo.

DIVISION DEL CURSO.

PARTE PRIMERA.

DE LA ARITHMETICA, y Geometria.

PRINCIPIOS GENERALES de eſtas Ciencias.

Tratado 1. de la Arithmetica Vulgar.

Tratado 2. de la Geometria Elementar, ò de Euclides.

ALGEBRA.

Tratado 3. de la Algebra Elementar.

Tratado 4. de la Geometria Superior, ò de las Curvas.

Tratado 5. de los Cálculos Diferencial, è Integral, ò methodo de las fluxiones.

TRI-

TRIGONOMETRIA.

PARTE SEGUNDA.

DE LA MECHANICA, O CIENCIA del movimiento.

PARTE TERCERA.

DE LA ESPHERA.

Tra-

PARTE QUARTA.

DEL ARTE DE LA GUERRA.

PARTE QUINTA.

DEL DIBUJO MILITAR.

PAR-

PARTE PRIMERA.

DE LA ARITHMETICA, Y GEOMETRIA.

TRATADO I.

DE LA ARITHMETICA VULGAR.

TRATADO I.

DE LA ARITHMETICA VULGAR.

COmo la idèa, que en eſte Curſo me he propueſto ſeguir, ſea de acompañar, en quanto ſea dable, la theorica con la práctica, pero ſin perjuicio del orden cientifico, es motivo ſea el primero en el orden de los Tratados el de la *Arithmetica Vulgar*, ò *Numerica*, cuyas operaciones tan frequentes, è indiſpenſables ſon à cada paſſo en los otros.

El fin de los Tratados, que ſe anteponen en un Curſo, es de que ſirvan de fun-

fundamento à los que les deben ſeguir, baſtando tocar en los primeros las propriedades, y reglas, que pueden dàr luces à los ſucceſsivos, haſta que entre unos, y otros ſe completa la idèa, que cada uno ſe propone, y es lo que requiere un verdadero orden de Ciencia.

Por eſto miſmo, en el preſente Tratado ſolo ſe dàn aquellos aſſumptos mas ſencillos, y preciſos, que en la ſeguida ſe neceſsitan, omitiendo los mas dificiles, para explicarlos en adelante, de tal ſuerte, que al fin de los Tratados de Arithmetica, y Geometria, nada ſe eche menos de lo que puede correſponder à nueſtro intento; porque à què conduce acumular eſpecies baxo un titulo, que ſolo ſirven de confuſion por entonces, quando explicadas à ſu tiempo, y en la debida colocacion, ſon faciliſsimas? Solo, pues, comprehenderà eſte Tratado las Secciones ſiguientes:

Sec-

DE-

DEFINICION I.

1 *Arithmetica*, es Ciencia, que trata de los numeros; y ſe dice *Vulgar*, aquella parte, que exercita ſus operaciones con las diez Notas, Cifras, ò Caractères, de que comunmente nos ſervimos.

SECCION I.

DE LOS PRINCIPIOS GENERALES de la Arithmetica Vulgar.

DEFINICION II.

2 Qualquier coſa conſiderada en sì, y ſin reſpecto à otras de ſu miſma eſpecie, ſe dice *uno*, y el compueſto, ò agregado de muchas de eſtas coſas, ſe llama *numero*: Aſsi tres reales es un numero, porque lo ſuponemos compueſto *de un real, mas un real, mas un real*, que ſon coſas de una miſma eſpecie, y qualquiera

ra de los referidos reales, contemplado en sì, se llama *uno*.

DEFINICION III.

3 Si el numero numéra algunas cosas de una especie determinada, se llama *numero numerado*, como *tres reales*; pero quando no numéra especie alguna determinada, se dice *numero numerante*, como *tres*, que à qualquiera tres cosas es aplicable.

DEFINICION IV.

4 Los terminos, ò voces generales de la numeracion, son *uno*, *dos*, *tres*, *quatro*, *cinco*, *seis*, *siete*, *ocho*, *y nueve*, que son otros tantos agregados de cosas de una misma especie, incluyendo tambien el *uno*, como numero, ò agregado, que se puede considerar de sì mismo. Llamanse estos numeros, *Numeros Digitos*.

DEFINICION V.

5 Los nombres especiales de la numeracion, son *Unos*, ò *Unidades*, *Dieces*, ò *Decenas*, *Cientos*, ò *Centenas*, *Mil*, ò *Millares*, *Millones*, ò *Quentos*, *Biquentos*, *Triquentos*, *Quadriquentos*, *Quiquentos*, y assi en adelante: de suerte, que con los nueve nombres, arriba dichos, se numéran otros tantos Unos, ò Unidades, otras tantas Decenas, Centenas, &c.

SCHOLIO.

6 Los nombres de *Uno*, y *Unidad*, *Diez*, y *Decena*, *&c.* se toman indistintamente, aunque en la realidad signifiquen cosas diversas: pues hablando en terminos de Philosophia, uno es el *concreto*, y unidad el *abstracto*.

HYPOTHESIS, O SUPOSICIONES.

HYPOTHESI I.

7 *Que los nueve numeros digitos se representen por las notas, cifras, ò caractères siguientes.*

1,	2,	3,	4,	5,	6,	7,	8,	9,
Uno.	Dos.	Tres.	Quatro,	Cinco.	Seis.	Siete.	Ocho.	Nueve.

HYPOTHESI II.

8 *Que qualquiera de los referidos caractères, escrito solo, ò el ultimo, à la derecha, de otras notas, represente sencillamente unos, ò unidades; pero colocado à la izquierda de otra nota, valga tantas decenas de la especie de esta, quantas unidades indique su nombre.* Y assi 3. escrito à la izquierda de el 2. assi 32. valga tres dece-

nas: 5. eſcrito à la izquierda de 32. aſsi 532. valga cinco decenas de la eſpecie del 3; eſto es, cinco decenas de decenas de unidades, ò cinco centenas. El numero 2. que ſe halla el ultimo à la derecha, ſignifica dos unos, ò unidades, ſencillamente lo miſmo que eſcrito ſolo.

HYPOTHESI III.

9 *Que ſi qualquiera de los miſmos caractères ſe quiere ſignifique por sì ſolo decenas, ſe le ponga à la derecha una* o, *llamada cero, cuyo valor ſea ninguno, ò nada.* Y aſsi, para que 4. repreſente quatro decenas, ſe eſcribirà de eſte modo, 40.

COROLARIO I.

10 Segun eſto, la correſpondencia de los nombres de la numeracion con los caractères, atento el valor local de eſtos, ſerà el ſiguiente:

Seis

6	Seis...................	De Unidades..	De Unidades....
7	Siete decenas.......		
9	Nueve Centenas..		
2	Dos....................	De Millares...	
8	Ocho decenas......		
0	Ninguna centena.		
4	Quatro...............	De Unidades..	De Cuentos.....
0	Ninguna decena..		
3	Tres centenas......		
9	Nueve................	De Millares...	
7	Siete decenas.......		
4	Quatro centenas..		
3	Tres..................	De Unidades..	De Biquentos...
6	Seis decenas........		
4	Quatro centenas..		
0	Nada..................	De Millares...	
5	Cinco decenas......		
3	Tres centenas......		
2	Dos....................	De Unidades..	De Triquentos.
1	Una decena.........		

... .. *O BIEN* .

1	Diez.	ú doce Triquentos.
2,	Dos.	
3	Trescientos.	Mil.
5	Cinquenta.	
0,	...	
4	Quatrocientos.	Biquentos.
6	Sesenta.	
3,	Tres.	
4	Quatrocientos.	Mil.
7	Setenta.	
9,	Nueve.	
3	Trescientos.	Cuentos.
0	...	
4,	Quatro.	
0	...	Mil.
8	Ochenta.	
2,	Dos.	
9	Novecientos.	
7	Setenta.	
6	Seis.	

COROLARIO II.

11 *Para leer, pues, el referido, ù otro qualquier numero, por crecido que sea,* se dividirà con comas de tres en tres notas desde la derecha, no obstando que la ultima division de la izquierda conste de una, ò dos solamente. Sobre la primera nota, despues de las dos primeras comas, se pondrà un punto: sobre la pri-

me-

mera nota, despues de las dos comas siguientes se pondràn dos puntos: sobre la primera nota, despues de las otras dos comas siguientes, se pondràn tres puntos, con cuya advertencia se proseguirà de dos en dos comas, caso de haver mas notas. Un punto se enunciarà por cuentos: dos puntos por biquentos: tres por triquentos, &c: la primera nota de la izquierda de cada division, por centenas: la segunda por decenas; y la tercera por unidades sencillas, ò de millares, segun que todo se vè manifiesto en el exemplo arriba puesto, cuya expression, segun esto, serà, *doce triquentos, trescientos cinquenta mil quatrocientos sesenta y tres biquentos, quatrocientos setenta y nueve mil trescientos y quatro cuentos, ochenta y dos mil novecientos setenta y seis.*

SCHOLIO.

12 Debemos estas notas, ò cifras, à

los Arabes sus inventores; por lo que se dicen *Arabigas*: su simplicidad, y aptitud à poder expressar qualquier numero, las ha hecho generales en toda Europa, y en muchas partes fuera de ella.

DEFINICION VI.

13 *Sumar*, es hallar un numero igual à otros numeros de la misma especie dados, como si se quiere saber la suma 7. de 4. y 3.

DEFINICION VII.

14 *Restar*, es hallar un numero, que sea la diferencia entre dos numeros de la misma especie dados, como si se quiere saber la diferencia 3. entre los numeros 7. y 4.

DEFINICION VIII.

15 *Multiplicar*, es hallar un numero, que contenga tantas veces à uno de dos dados, como el otro contiene à la unidad: por exemplo, el multiplicar 4. por 3. es hallar el numero 12. que contenga tantas veces à uno de ellos 4. como el otro 3. contiene à la unidad. El numero 12. se llama *producto*: el numero 4. *multiplicando*; y el 3. *multiplicador*.

DEFINICION IX.

16 *Partir*, es hallar un numero, que contenga tantas veces la unidad, como el que se dà à partir contiene de veces à aquel por quien se debe partir. Por exemplo, el partir 12. por 4. es hallar el numero 3. que contenga tantas veces la unidad, como el 12. contiene al 4: el numero 12. se llama *dividendo*: el numero 4. *divisor*; y el numero 3. *quociente*.

CO-

COROLARIO I.

17 De las referidas Definiciones se puede inferir, que *el restar es operacion contraria al sumar, y el partir, al multiplicar*: por lo que unas operaciones se podràn verificar, ò comprobar por otras; y asi *el sumar se prueba por el restar, y este por el sumar: el multiplicar por el partir, y este por el multiplicar.*

COROLARIO II.

18 *El multiplicar es un sumar abreviado*, porque lo mismo es multiplicar 4. por 3. que sumar el 4. tres veces: pues del mismo modo produce 12.

COROLARIO III.

19 *El partir asimismo es un restar abreviado*, porque lo mismo es partir 12. por 4. que restar el 4. del 12. quantas

ve-

veces ſe pueda, que ſeràn 3, lo miſmo que reſultò arriba por quociente.

HYPOTHESI IV.

20 Que eſte ſigno $=$ ſignifique *igual*, y aſsi $4 = 4$. ſe lea *quatro igual à quatro*.

HYPOTHESI V.

21 Que eſte ſigno $>$ ſignifique *mayor*, y aſsi $6 > 3$. ſe lea *ſeis mayor que tres*.

HYPOTHESI VI.

22 Que eſte ſigno $<$ ſignifique *menor*, y aſsi $4 < 6$ ſe lea *quatro menor que ſeis*.

HYPOTHESI VII.

23 Que eſte ſigno $+$ ſignifique *mas*, y aſsi $7 + 2$ ſe lea *ſiete mas dos*: eſto es, indíque, que ſiete ſe ha de ſumar con dos.

HYPOTHESI VIII.

24 Que eſte ſigno — ſignifique *menos*, y aſsi 7— 2 ſe lea *ſiete menos dos* : eſto es, que de ſiete ſe deben reſtar dos.

HYPOTHESI IX.

25 Que eſte ſigno (.) ſignifique *multiplicado*, y aſsi 4.3 ſe lea *quatro multiplicado por tres.*

HYPOTHESI X.

26 Que eſte ſigno (:) ſignifique *partido*, y aſsi 12:4. ſe lea *doce partido por quatro.*

SCHOLIO.

27 Ademàs de eſtos ſignos, ſe ſirven los Mathematicos de otros, que ſe iràn explicando à ſu tiempo, todo à fin de abreviar las expreſsiones en el eſcrito,

to, y que pareciendo estas lo mas despejadas que sea possible, se venga con promptitud en conocimiento de lo que se propone.

AXIOMAS.

AXIOMA I.

28 *Las cosas iguales à una misma, ò à cantidades iguales, son tambien iguales: y si de dos cosas iguales, una fuere mayor, ò menor que otra tercera, tambien lo serà la otra.*

AXIOMA II.

29 *Si à cosas iguales se añaden iguales, los todos seràn iguales.*

AXIOMA III.

30 *Si de cosas iguales se quitan iguales, los residuos seràn iguales.*

AXIO-

AXIOMA IV.

31 *Si à cosas iguales se añaden desiguales, los todos seràn desiguales, siendo mayor aquel que tenga la cantidad mayor, y menor el que tenga la menor.*

AXIOMA V.

32 *Si de cosas iguales se restan desiguales, los residuos seràn desiguales, siendo mayor aquel que resulta quitando la cantidad menor; y menor el que proviene de la resta de la mayor.*

AXIOMA VI.

33 *Si cosas iguales se multiplican por iguales, los productos seràn iguales.*

AXIOMA VII.

34 *Si cosas iguales se parten por iguales, los quocientes seràn iguales.*

AXIO-

AXIOMA VIII.

35 *Si cosas iguales se multiplican por desiguales, los productos seràn desiguales, siendo mayor aquel producto procedido de la cantidad mayor; y menor el de la menor.*

AXIOMA IX.

36 *Si cosas iguales se parten por desiguales, los quocientes seràn desiguales; siendo mayor aquel que procede de la particion por el menor numero, ò cantidad; y menor el que procede de la mayor.*

AXIOMA X.

37 *Las cosas que son dobles, triplas, quadruplas, &c. de una misma, ò de cantidades iguales, son tambien iguales.*

AXIOMA XI.

38 *Las cosas que son mitades, tercios,*

quar-

quartos, &c. de cantidades iguales, ſon tambien iguales.

AXIOMA XII.

39 *El todo es mayor que ſu parte, y es igual à todas ſus partes juntas.*

SEC-

SECCION II.

DE LOS NUMEROS ENTEROS.

DEFINICION X.

40 Si consideramos la unidad como un todo en su especie, se llama *entero*: y el numero compuesto de muchos de estos unos, ò unidades, se dice *numero entero*: (2) Assi una vara es un entero en la especie de varas: y seis varas un numero entero: Un pie es un entero en la especie, ò denominacion de pies; y 10. pies es un numero entero.

PROPOSICION I.

PROBLEMA.

41 *Sumar numeros enteros.*

RESOLUCION.

Si los numeros no son muy com-

puestos, facilmente se executa la suma de ellos de memoria: y asi, que 3 + 4 hagan 7: que 9 + 6 hagan 15; que 2 + 12 hagan 14, por sì mismo es manifiesto. Pero quando se huvieren de sumar numeros mas compuestos:

Se dispondràn las partidas de ellos de suerte, que las unidades correspondan à las unidades, las decenas à las decenas, centenas à centenas, y asi en las demàs especies del numero, tirando por debaxo de todas una raya.

Añadanse succesivamente las unidades con las unidades, las decenas con las decenas, centenas con centenas, à fin que se verifique se suman consigo mismos los numeros de una misma especie, (13) escribiendo debaxo de cada columna su correspondiente suma.

Si la suma de las unidades compusie-

ſiere exactamente una, ò muchas decenas, ſe eſcribirà cero debaxo, y ſe llevaràn las decenas para unirlas con las del ſegundo lugar, ò columna, (13) y aſsi ſe executarà en las centenas, y millares.

Si ſumando las unidades, el agregado compuſiere algunas decenas, y unidades, ſe eſcribiràn eſtas debaxo, y ſe llevaràn las decenas para unirlas con las de la ſegunda columna, y aſsi en las demàs. (13)

Mediante lo qual, el numero que de eſta ſuerte reſultáre debaxo de la raya, es la ſuma que ſe pide.

DEMONSTRACION.

El referido numero, en conſequencia de la reſolucion general antecedente, conſta, ò ſe compone de todas las

unidades, decenas, centenas, &c. de los numeros propueſtos, que ſon todas ſus eſpecies, ò partes, (5) luego es igual à todas ellas, ò à todos ellos, (39) por conſiguiente ſerà la ſuma que ſe buſcaba. (13)

EXEMPLO I.

Se han de ſumar 2450 + 847 + 83 + 10. eſcribanſe por ſu orden las partidas, como ſe vè figurado,

2450	para ſumar.
847	
83	
10	
3390. Suma.	

y digaſe 7 y 3 ſon 10, ſin hacer mencion de los dos ceros, que hay en la primera, y ultima partida, pues no repreſentan valor alguno; (9) y reſpecto de que diez compone exactamente una decena, (5) pongasè cero baxo la columna de las unidades, (9) y ſe anumerarà la decena

que

que ſe lleva, con las de la ſegunda columna, (13) en eſte modo: 1. decena, que ſe lleva, y 5. ſon 6. y 4. ſon 10, y 8. ſon 18, y 1. ſon 19. decenas; y por quanto el numero 19. ſe compone de 19. decenas, eſto es, de una centena, y nueve decenas, (5) eſcribasè el 9. debaxo la columna de las decenas, (13) y guardeſe la centena para anumerarla con las de la tercera columna, diciendo, una centena que ſe lleva, y 4. ſon 5. y 8. ſon 13. centenas, eſto es, un millar, y 3. centenas; eſcribasè pues 3. debaxo las centenas, y anumereſe el millar en la columna de los millares, diciendo 1. que ſe lleva, y 2. ſon 3, que ſe eſcribirà en correſpondencia de los millares, con lo que ſe tendrà la ſuma total 3390.

SCHOLIO I.

42 Para aſſegurarſe de qualquier

equivocacion, que pudiera cometerſe en la ſuma, ſe repetirà eſta deſde abaxo ácia arriba, y aun tambien otra vez deſde arriba àcia baxo, pues no es facil que con eſte duplicado cotejo ſe dexe de advertir ſi ſe cometiò algun error.

Schol. 2. 43 Para no fatigar la memoria quando los numeros ſon muy crecidos, ſe ſumaràn eſtos, y en llegando à 10, ſe dexarà en aquella nota una ſeñal ; y ſe llevarà el exceſſo que huviere, uniendolo à las notas inferiores de aquella columna, y debaxo ſe eſcribirà el ultimo exceſſo, llevando para la ſegunda columna tantas decenas, como ſeñales ſe dexaron en la primera ; y aſsi en las demàs:

Exemplo 2.

348963	para ſumar.
84013	
65397	
4458	
502831.	Suma.

màs : lo que ſe puede vér en el exemplo pueſto.

Schol. 3. 44 Haviendo de *ſumar numeros enteros con ſus partes*, ſe eſcribiràn los enteros debaxo de los enteros, y de las partes, cada eſpecie debaxo de ſu correſpondiente : en llegando à numerar el numero de partes, que compone un entero, ſe ſobſtituirà por ellas uno de eſtos, dexando una ſeñal, (43) y en lo demàs de la operacion ſe obſervaràn las reglas dadas.

EXEMPLO III.

Se han de ſumar.

	Doblones..	*Peſos..*	*Reales..*	*Mrs.*
	8467	3	13	28
	340	1	11	24
	5306	0	7	30
	317	2	14	29
Suma	14432	1	3	9

En el ſupueſto de que cada doblon tiene 4. peſos: cada peſo 15. reales; y cada real 34. mrs.

EXEMPLO IV.

Se deben ſumar.

	Quintales.	*Arrobas.*	*Libras.*	*Onzas.*
	316	3	23	14.
	3417	2	15	12.
	308	1	0	9.
Suma	4042	3	15	3.

En el ſupueſto de que cada quintàl vale 4. arrobas, cada arroba 25. libras, y cada libra 16. onzas.

EXEMPLO V.

Se han de ſumar.

Varas...	*Pies..*	*Pulgadas...*	*Lineas.*
3492.....	2.........	9...........	....10.
243.....	1........	11.............	1.
9262.....	0........	.8...........	3.
Suma 12998.	2,	5.	2.

En el ſupueſto de que cada vara vale tres pies : cada pie 12. pulgadas ; y cada pulgada 12. lineas.

PROPOSICION II.

PROBLEMA.

45. *Reſtar un numero menor de otro mayor.*

RE-

RESOLUCION.

La reſta en los numeros no muy compueſtos, ſe executa igualmente de memoria, lo miſmo que en el ſumar; pues la diferencia 4. entre 7. y 3: la diferencia 10. entre 18. y 8: la diferencia 3. entre 15. y 12. inmediatamente ſe preſenta.

Pero ſi las partidas propueſtas fueren de numeros crecidos, por exemplo, que ſe huviere de reſtar el numero 8416630, de 50009458. ſe eſcribirà el numero 6416630. que ſe ha de reſtar, debaxo el otro 50009458. de ſuerte, que las unidades correſpondan à las unidades, decenas à decenas, centenas à centenas, y ſe tirarà por debaxo una raya, ſegun ſe vè figurado.

Exemplo 1.

50009458..
 8416630..

41592828. reſta.

Se comenzaràn à reſtar unidades de unidades, (14) diciendo, quien debe 8, y paga 0, debe, ò reſta à deber los miſmos 8, que eſcribo debaxo en correſpondencia del 0, quien debe 5. decenas, y paga 3, reſta 2, que eſcribo debaxo de la raya.

Paſſando à la columna de las centenas, veo, que de 4. no ſe pueden reſtar 6; pero haciendo reflexion à que ſi del lugar de los millares, eſto es del 9, tomo una unidad, y la transfiero al lugar del 4, valdrà 10: (8) podrè decir de 10 + 4. centenas, eſto es, de 14. centenas, quien quita 6, dexa 8, que eſcribo como reſta baxo el 6; y como el 9. ya no vale ſino 8, dexarè en èl para memoria una ſeñal.

Proſiguiendo la operacion en la columna de los millares, digo, de 8. à 6. vàn 2, que eſcribo debaxo; pero al reſ-

tàr el 1, del 0, en la columna de las decenas de millares, veo no puede ser, si no tomo de la nota significativa mas inmediata 5, una unidad, la qual passada al primer 0, siguiente, valdrà 10; (8) una unidad de estos 10, passada al cero siguiente, valdrà aqui 10; y una unidad de estos 10, passada al otro cero, valdrà 10. decenas de millar, con lo que podrè entonces decir de 10. à 1. vàn 9. para escribirlo debaxo el 1.

En virtud de esta operacion, cada uno de los otros ceros queda reducido à 9. y el valor del 5. à 4. por lo que en contiuacion de la resta, dirè de 9. à 4. vàn 5: de 9. à 8. và 1; y de 4. à 10, vàn 4. que escribo, como las restas antecedentes, debaxo la raya, cada una baxo su correspondiente.

Es, pues, la resta de los numeros propuestos igual 4159282 8.

DE-

DEMONSTRACION.

Toda la resolucion se ha dirigido à hallar la diferencia entre las unidades, decenas, centenas, &c. de los numeros propuestos, que son sus partes, (5) conteniendolas el numero 41592828, en virtud de la operacion; serà igual al total de la diferencia, (39) por consiguiente es la resta que se pedia. (14)

SCHOLIO I.

46 Para comprobar la operacion, se sumarà la diferencia hallada 41592828. con el numero menor 8416630, y si compusieren entre los dos la cantidad principal 50009458, es indicio de no haverse cometido error alguno. (17)

Schol. 2. 47 Si se dieren à restar las partidas A, B, C, de la partida D, se su-

Exemplo 2.

3492083 = D
   8768 = E
―――――――――
3483315 = F

 244 = A
  32 = B
8492 = C
――――――――
{ 8768 = E }

ſumarà primero A†B†C, y ſu ſuma E, ſe reſtarà de la dada, D, con lo que la partida F, ſerà la que ſe buſca por reſiduo.

Schol. 3. 48. Haviendo de *reſtar un todo con ſus partes de otro todo, y ſus partes*, ſe eſcribirà la cantidad que ſe và à reſtar baxo la otra, colocando cada eſpecie debaxo ſu ſemejante, y tirando una raya, como queda prevenido, ſe comenzarà à reſtar por la eſpecie inferior, y ſe ſeguirà de uñas en otras, haſta la ſuperior de los enteros, obſervando las reglas dadas.

Exem

Exemplo 3.

Años	*Meses*	*Dias*	*Horas*
1730	10	25	12
51	8	27	6
1679	1	28	6

En el ſupueſto de que cada año tiene 12. meſes, cada mes 30. dias; y cada dia 24. horas.

Exemplo 4.

De	942 varas.	02 pies.	06 pulg.	y 9 lin.
Mas	343 varas.	00 pies.	11 pulg.	
Mas	010 varas.	01 pie..	02 pulg.	y 3 lin.
Se debẽ reſtar.	542 varas.	00 pie..	10 pulg.	y 2 lin.
Reſta...	754 varas.	00 pie..	09 pulg.	y 10 lin

Exem-

Exemplo 5.

De	342 doblones. 2 pes. 14 rs. y 1 mrs.
Mas.	540 doblones. 0 pes. 3 rs. ....
Se debē restar.	602 doblones. 1 pes. 10 rs. 31 mrs.
Resta...	280 doblones. 1. pes. 6 rs. y 4 mrs.

PROPOSICION III.

PROBLEMA.

49. *Multiplicar un numero por otro.*

RESOLUCION.

La multiplicacion de un numero digito por otro, se debe saber de memoria, para poder multiplicar numeros mas compuestos, à cuyo fin sirve la siguiente Tabla, que de su Inventòr *Pithagoras*, se dice *Pithagorica*.

Su construccion es la siguiente: forme-

meſe un quadrado A, C, cuyos lados ſe

A

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

C

dividiràn en nueve partes iguales cada uno, y de unas diviſiones à otras ſus correſpondientes : tirenſe lineas, ſegun ma-

nifiesta la figura, con lo que el quadrado total A C, quedarà dividido en varios quadraditos; en los nueve quadrados de la parte superior se escribiràn las 9 notas, y las mismas en la primera columna de quadrados de la izquierda, comenzando por el punto A; para llenar los otros quadraditos, se suma 2 con 2, y se pone la suma 4 debaxo del 2, que es el producto de 2 por 2; (18) sumando el mismo 2 con el 4, se escribirà la suma 6 debaxo del 4, y se tendrà el producto de 2 por 3; (18) sumando el mismo 2 con 6, se escribirà la suma 8 debaxo del 6, con lo que se tendrà el producto de 2 por 4; (18) y asi por la continua addicion del 2, se tendràn 10, 12, 14, 16, 18, para escribir en los respectivos quadraditos; por la continua addicion del 3, se llenarà la tercera columna; por la continua addicion del 4 la quarta, y asi en las demàs; fundado todo en el artic. 18.

Si

Si por no prevenirſe à la memoria, ſe quiere ſaber por eſta Tabla quál es por exemplo el producto de 6 por 5, ſe buſcarà en la parte ſuperior el 6, y en la lateral de la izquierda el 5; noteſe el concurſo de una, y otra columna, eſto es, de la del 6, que baxa, y la del 5, que corre à lo largo, y ſe hallarà alli eſcrito 30, que es el producto de 6 por 5, y aſsi en otros caſos.

Para multiplicar, pues, un numero por otro, que ambos ſean compueſtos, v.g. que ſe hayan de multiplicar 8463 por 2013. ſe eſcribirà el multiplicador 2013 baxo el multiplicando 8463 en la forma prevenida en los Problemas antecedentes.

Exemplo 1.

```
    8463.multiplicãdo
    2013.multiplicador
    ----
   25389
   8463
  0000
16926
--------
17036019.Producto.
--------
```


Co-

Comiencese à multiplicar todas las notas del multiplicando 8463 por la primera nota 3 de la izquierda del multiplicador 2013, diciendo asi; 3 veces 3 son 9 unidades, que escribo debaxo del 3, lugar de las unidades; 3 veces 6 son 18 decenas, esto es, 1 centena, y 8 decenas, por lo que escribo 8 inmediato à 9, y guardo la centena para anumerarla con las centenas; (13) 3 veces 4 son 12 contenas, y 1 que llevo son 13 centenas; esto es, un millar, y 3 centenas; por lo que escribiendo 3 centenas, inmediato al 8, guardo el millar para contarle con los millares; 3 veces 8 son 24 millares, y 1 que llevo, son 25; escribo, pues, 5 inmediato al 3, y las dos decenas de millares inmediatas al mismo 5, con lo que se tendrà, que el producto de 3 por 8463, es 25389.

Para multiplicar por la segunda nota 1 del multiplicador, se dirà 1 vez 3 son

ſon 3 decenas, que por ſer de eſta eſpecie eſcribo baxo el 8; 1 vez 6 es 6; 1 vez 4 es 4; 1 vez 8 es 8, que unos, y otros eſcribirè en los lugares correſpondientes; con lo que tendrè, que el producto de 8463 por 1, es el miſmo 8463.

Repreſentando el 0, nada, (9) ſu producto ſerà todo ceros, ò nada.

Multiplicando por la quarta nota 2, ſe dirà 2 veces 3 ſon 6 millares, por lo que ſe eſcribirà 6 en la correſpondencia de los millares; (13) 2 veces 6 ſon 12, eſto es 12 decenas de millares; por lo que eſcribirè 2 immediato al 6 y llevarè 1 centena de millar para anumerarlas con las de ſu eſpecie, 2 veces 4 ſon 8 centenas de millar, y 1 que llevo, ſon 9 centenas de millar; eſcribo, pues, 9 immediato al 2; 2 veces 8 ſon 16, que eſcribo inmediato al 9, por no haver mas notas en el multiplicando, y aſsi

tendrè el producto de 2 por 8463 igual à 16926.

Sumense todos los productos parciales, y la suma 17036019, serà el producto total, que se desea.

DEMONSTRACION.

Cada uno de los productos parciales, en virtud de la operacion hecha, contiene tantas veces la cantidad dada à multiplicar, como la nota por quien se multiplica contiene de unidades; pero el producto hallado, es la suma de todos los productos parciales, en virtud assimismo de la operacion; (13) luego el producto hallado 17036019, contiene tantas veces al numero 8463, como el numero 2013 contiene de unidades; luego se ha multiplicado uno por otro, segun el Problema mandaba. (15)

SCHO-

SCHOLIO I.

50 El multiplicar por uno, ſegun ſe ha viſto, es tomar una vez la miſma cantidad, y el multiplicarla por ceros produce ceros, ò nada.

SCHOLIO II.

51 Para multiplicar, pues, por 10, 100, 1000, &c. baſtarà añadir al multiplicando los miſmos ceros que hay en el multiplicador; y aſsi el producto de 45 por 10, es 450; por 100, es 4500; por 1000, es 45000.

SCHOLIO III.

52 Del miſmo modo, quando à la derecha de alguna cantidad hay algunos ceros, baſta multiplicar las notas ſignificativas, y añadir al producto quantos ceros hay en una, y otra cantidad; y aſsi 4200 por 300, es igual à 1260000.

Exemplo 2.

Pideſe 25 *peſos quantos reales hacen?*

Reſolucion. Multipliqueſe cada peſo por 15 rs. y ſe tendrà 25.15 = 375 rs. por el valor de 25 peſos.

Exemplo 3.

Quiereſe ſaber 6 *meſes de à* 30 *dias cada uno, y* 5 *meſes de à* 31 *dias, quántos dias, y horas componen?*

Reſolucion. Multipliqueſe 6 por 30, y ſe tendrà 180 dias, valor de los 6 meſes; Multipliqueſe 5 meſes por 31 dias, y ſe tendrà 31.5 = 155 dias; 155 † 180, ſon 335 dias, que multiplicados por 24 horas, dàn 335.24 = 8040 horas.

Exemplo 4.

Tres mil y quinientos hombres, à ra-

zon de 4 reales al dia, quánto ganan al mes?

Resolucion. Multipliquese 3500 por 4, y el producto de 3500.4 = 14000, por 30 dias, y darà 420000 rs.

PROPOSICION IV.

PROBLEMA.

53 *Partir un numero por otro.*

RESOLUCION.
CASO I.

En que el Partidor consta de una sola nota, por exemplo, que se debe partir 8465 por 5.

Escribase el 5 baxo el 8, y vease quántas veces cabe el 5 en el 8; y respecto de que cabe una vez, se escribirà por quociente 1 à la derecha del

Exemplo 1.

```
 000
 3410
 8465 |1693
 5555
```

del dividendo, ſegun ſe vè figurado, multipliqueſe el quociente 1 por el diviſor 5, y el producto 5 reſteſe del dividendo 8, colocando el reſiduo 3 encima del 8, deſpues de borrados con una rayita, aſsi el dividendo 8, como el diviſor 5.

Adelanteſe el 5 baxo el 4 y ſe tendrà para partir 34 por 5, que reconocido, les cabe à 6; eſcribaſe 6 en el quociente en ſeguida del 1, y multipliqueſe el nuevo quociente 6 por el diviſor 5, cuyo producto 30, reſteſe de 34, diciendo cinco veces ſeis ſon treinta, à 34 vàn 4, que ſe eſcribiràn encima del 4, y llevo 3; à 3. và nada, ò cero, y ſe eſcribirà cero encima del 3 de 34.

Adelanteſe el 5 debaxo del 6, y ſe partirà 46 por 5, cuyo quociente 9 ſe eſcribirà en ſeguida del 6 en el quociente, multipliqueſe el nuevo quociente 9

por

por el divisor 5, con lo que se tendrà 45, que restado de 46, esto es, el 5 del 6, y el 4 del 4, se pondrà cero encima del 4, y 1 encima del 6.

Ultimamente, partiendo 15 por 5 (adelantando este un nota) darà en el quociente 3, multipliquese 3 por 5, y el producto 15 restado de 15, esto es, el 5 del 5, y el 1 del 1, dà cero, que se pondrà encima del 5, y del 1.

Del mismo modo se continuarà la particion, caso de haver mas notas en el dividendo; en el exemplo presente es el quociente 1693.

DEMONSTRACION.

El numero 1693, segun el tenor de la resolucion, y operacion, contiene tantas veces la unidad, quantas el dividendo 8465 contiene al 5; luego el numero 1693 es el quociente, que se solicita. (16)

CASO II.

Quando el divisor consta de dos, ò mas notas, por exemplo, haviendo de partir 3675 por 21.

Escribase 21 debaxo de 36, y veáse quántas veces cabe la nota primera 2 del divisor en la primera nota 3 del dividendo, y hallado ser una vez, se escribirà 1 en el lugar del quociente; multipliquese despues 1 por todo el divisor 21, y el producto 21 restese del dividendo 36 en este modo; 1 vez 1 es 1, à 6 vàn 5, que se escribirà encima del 6; 1 vez 2 es 2, à 3 và 1, que se escribirà encima del 3, borrando con una rayita el 1, el 2, el 6, y el 3 à medida que se vàn nombrando.

Exemplo 2.

```
  0
 010
1500
3675|175
2111
 22
```

Adelantese el divisor una nota, es-

to es, pongase 2 debaxo del 1, y el 1 debaxo del 7, y respecto que el dividendo ahora es 157, vease en 15 quántas veces cabe el 2, y siendo 7, se escribirà 7 en el quociente; multipliquese 7 por 21, y el producto restese de 157, asi; 7 por 1 es 7, à 7 và cero, que pongo encima del 7; 7 por 2 son 14, à 15 và 1, que escribo encima del 5, y un cero sobre el 1.

Adelantese el divisor una nota mas, esto es, pongase el 1 debaxo del 5, y el 2 debaxo del 1; y respecto de que el dividendo ahora es 105, vease en 105 quántas veces caben 21, reconociendo para ello, que en 10 cabe cinco veces el 2; escribase, pues, 5 en el quociente, y multipliquese 5 por 21, y el producto restese de 105, diciendo 5 veces 1 es 5, à 5 và cero, que se escribirà sobre el 5; 5 por 2 son 10, que restado de 10, se escribirà cero, asi sobre el cero, como

so-

ſobre el 1, y por quanto no ſobrò coſa alguna, ſerà el quociente 175, por la miſma razon, que en el caſo primero queda demoſtrado.

SCHOLIO I.

54 Para comprobar ſi la particion eſtà bien executada, ſe multiplicarà el quociente 175 por el diviſor 21, pues ſi reſultáre el dividendo 3675, es indicio de la bondad de la operacion. (17)

SCHOLIO II.

55 La multiplicacion al contrario ſe examina por la particion; y aſsi queriendo comprobar ſi el producto de 8463 por 2013 es 17036019, partaſe eſte numero por 2013; y ſi viniere el otro 8463, ò bien partiendolo por 8463 viniere 2013, es ſeñal de que el numero 17036019, es el producto de 8463 por 2013. (17)

SCHOLIO III.

56 Si la primera nota de la izquierda del diviſor fueſſe mayor que la primera nota de la izquierda del dividendo, ſe adelantarà el diviſor una nota mas; por exemplo, haviendo de partir 882 por 9, ſe eſcribirà el 9 debaxo del ſegundo 8.

SCHOLIO IV.

57 Si en alguna de las particiones parciales fuere menor el dividendo, que el diviſor, eſto es, que no le pudiere tocar à 1 ſe eſcribirà, o, al quociente por exemplo, haviendo de partir 856 por 8, les toca por quociente 107.

SCHOLIO V.

58 Muchas veces ſucede no poderſe dàr en el quociente todo el numero que indìca, las veces que la primera nota del diviſor eſtà contenida en la correſpondiente del dividendo, ſiendo neceſſario dàr algo menos, lo que ſe và tanteando haſta que el producto del

quo-

quociente por el diviſor ſe pueda reſtar del dividendo; eſto ſe conſigue mas bien con el mucho exercicio, que con reglas.

SCHOLIO VI.

59 A eſte fin es muy conveniente proponerſe varios exemplos para multiplicar, y deſpues partir el producto por el multiplicando, ò multiplicador, pues con el conocimiento del quociente, que debe venir, ſe procede con todo acierto, y preſteza en las operaciones, en cuya conformidad ſe adquiere un exercicio, y hábito para partir con promptitud en qualeſquiera otros caſos dados.

SCHOLIO VII.

60 Que ſe haya de obſervar quando de la particion ſobráre algo; por exemplo, partiendo 10 por 3, que ſobra 1, deſpues de tocarles à 3, ſe dirà en la ſiguiente Seccion de los quebrados.

Pro-

Proponense para resolver los siguientes exemplos.

Exemplo 3.

Preguntase 12750 *mrs. quantos reales, y pesos hacen?*

Resolucion. Partase 12750 por 34 mrs. que cada real tiene, y el quociente seràn 375 reales; partase 375 reales por 15, que cada peso tiene, y el quociente 25 pesos serà el valor de los mrs. dados.

Exemplo 4.

Debiendose repartir 48840. *reales entre* 37 *compañeros, preguntase à quántos pesos toca à cada uno?*

Resolucion. Partase 48840 reales por 37, y el quociente seràn 1320 reales, que partidos por 15, dàn 88 pesos por el contingente de cada uno.

Exemplo 5.

Quierese saber 3975 pies quántas varas hacen?

Resolucion. Partase 3975 por 3, valor de cada vara, y el quociente 1325 serà el valor de 3975 pies convertidos en varas.

SECCION III.

DE LOS NUMEROS QUEBRADOS.

DEFINICION XI.

61 Si consideramos la unidad, ò el uno como parte de algun todo, ù entero, se llama *quebrado*; y el numero compuesto de muchos de estos unos, ò unidades, se dice *numero quebrado*; (2) Asi 1 pie, que contemplado en sì, diximos ser un numero entero, (4) si le consideramos como una tercera parte, que es de una vara, es un quebrado de una vara. En cuya inteligencia, dos pies tomados como dos terceras partes de la vara, serà un numero quebrado de vara; igualmente una pulgada, que considerada en sì, y sin relacion à otra cosa, es un entero, tomada como una duodecima parte, que es del pie, es un quebrado de un pie, baxo cuyo concepto, 2, 3, 4, ù

mas pulgadas, con relacion à un pie, seràn otros tantos numeros quebrados.

DEFINICION XII.

62 El todo, ù entero, que se considera dividido, partido, ò quebrado en partes iguales, se llama *denominador*, y la parte, ò partes suyas, que se numéran, se dicen *numerador*: asi en el quebrado, *dos terceras partes de vara*, el numero *dos* es el numerador, y la vara dividida *en tres* partes iguales, es el denominador.

COROLARIO I.

63 *Las mismas partes contiene el numerador de su denominador, que el quebrado, de la unidad.*

COROLARIO II.

64 *El quebrado, pues, consiste en la particion de un numero por otro, siendo el dividendo el numerador, el divisor el*

el denominador, y el quociente el valor del quebrado. (16)

COROLARIO III.

65. Por consiguiente serà una expressìon muy propia *para significar un quebrado*, la misma que se diò para la particion; (26) y assi dos terceras partes de vara se indicaràn de este modo 2:3; ù bien por una nueva hypothesi peculiar para los quebrados assi $\frac{2}{3}$ de la qual nos servirèmos por lo regular en adelante.

COROLARIO IV.

66 *Si el quociente del numerador de un quebrado por su denominador fuere igual al quociente del numerador de otro por su denominador, los quebrados seràn iguales, y desiguales, si estos quocientes fueren desiguales, siendo mayor aquel, cuyo quociente sea mayor.*

COROLARIO V.

67. Por quanto si se parte, por exemplo, 3 por 3, el quociente, ò

ò valor del quebrado, es 1; y quando ſe parte 2 por 3, el quociente es menos que 1; y quando ſe parte 4 por 3, el quociente es mas que 1; (16) ſe ſigue, que *ſi el numerador de un quebrado fuere igual à ſu denominador, el quebrado valdrà un entero, ò unidad; que ſi el numerador de un quebrado fuere menor que ſu denominador, el quebrado valdrà menos que un entero; y que ſi el numerador fuere mayor que ſu denominador, el quebrado valdrà mas que un entero.*

SCHOLIO.

68 El quebrado, cuyo numerador es menor que ſu denominador, ſe dice *proprio*; è *improprio*, ſi el numerador fuere igual, ò mayor que el denominador.

COROLARIO VI.

69 *Aſsi qualquier quebrado improprio, ſe podrà reducir à enteros, partiendo el nume-*

merador por el denominador, como $\frac{8}{3}$ de peso, que reducido es 2 pesos, y $\frac{2}{3}$ de otro peso; $\frac{15}{5}$ de vara reducido, es 3 varas; y asi de otros.

COROLARIO VII.

70 *Si à un entero se le pone por denominador la unidad misma, se tendrà expressado en forma de quebrado.* Asi 8 enteros en forma de quebrado, seràn $\frac{8}{1}$ ù 8:1, pues conservan el mismo valor de 8 enteros.

COROLARIO VIII.

71. *Si un numero entero se quiere reducir à un denominador determinado, se multiplicarà el tal entero por el referido denominador.* Asi 8 enteros reducidos à 4, ò quartos, seràn $\frac{8 \cdot 4}{4} = \frac{32}{4}$; pues 32 partido por 4, es igual à los mismos 8 enteros.

COROLARIO IX.

72 *Si una expression de enteros, y quebrados* $8 + \frac{3}{4}$ *se quiere reducir toda à una especie, ò denominacion*, por

exemplo, de quartos; se multiplicarà 8 por 4, y al producto se añadirà el numerador 3; esto es $\frac{8.4+3}{4} = \frac{32+3}{4} = \frac{35}{4}$; pues $\frac{35}{4}$ reducido, es $= 8 + \frac{3}{4}$

COROLARIO X.

73 Ultimamente se infiere de lo dicho, que *para hallar el valor de un quebrado en una especie determinada, se debe multiplicar el numerador por el valor de cada unidad de èl, y el producto partirse por el denominador, con lo que el quociente darà el valor del tal quebrado en aquella especie.* Por exemplo, si se quiere saber $\frac{2}{3}$ de peso, quánto vale en reales, se multiplicarà el numerador 2 por 15, valor de cada peso, y el producto 2.15. se partirà por el denominador 3, para tener $\frac{2.15}{3} = \frac{2.5}{1} =$ 10 reales igual al valor del quebrado propuesto.

COROLARIO XI.

74 Si los $\frac{2}{3}$ fueren de un peso du-

duro, ſe multiplicarà el 2 por 20 reales, valor de cada peſo fuerte, con lo que ſe tendrà 2.20 = 40, à partir por 3, ſiendo ſu quociente 13 reales, y $\frac{1}{3}$ de real; cada real vale 34 mrs. luego multiplicando el numerador 1 por ſu valor 34, ſe tendrà 34 à partir por 3, que ſu quociente ſerà 11 mrs. y un tercio de otro maravedì; por lo que ſe concluirà, que el valor de $\frac{2}{3}$ de peſo duro, es 13 reales, 11 mrs. y $\frac{1}{3}$ de otro, de quien ſe podria del miſmo modo hallar ſu valor, ſi huvieſſe otra eſpecie inferior al maravedì.

COROLARIO XII.

75 De las definiciones del quebrado ſe ſigue aſsimiſmo, que ſiendo las partes iguales en que ſe conſidera dividido el entero, coſas de una miſma eſpecie (2.pr.Not.) *los quebrados que tengan un miſmo denominador, ſon numeros de una miſma eſpecie.*

CO-

COROLARIO XIII.

76 No pudiendose comparar, sino numeros de una misma especie (2.pr.not.) *para saber si un quebrado es igual, mayor, ò menor que otro, deben tener un mismo denominador, con lo que atendiendo solo à los numeradores, se sabrà la magnitud del uno al respecto del otro.*

COROLARIO XIV.

77 Por esto mismo, *si el numerador de un quebrado* $\frac{3}{5}$ *se multiplica por un entero 4, el quebrado resultante* $\frac{12}{5}$ *serà tanto mayor que* $\frac{3}{5}$ *como el entero 4 es mayor que la unidad*; (15) y al contrario, *si el numerador se parte por qualquier numero 3, el quebrado resultante* $\frac{1}{5}$ *serà tanto menor que* $\frac{3}{5}$ *como la unidad es menor que 3.* (16)

COROLARIO XV.

78 Tambien por quanto subsistiendo

do un miſmo numerador, tanto mayores ſon las partes del quebrado, quanto menos ſean las diviſiones de la unidad, ò denominador; (61,62) ſe ſigue, que *ſi el denominador de un quebrado* $\frac{3}{5}$ *ſe multiplica por un numero 4, el quebrado reſultante* $\frac{3}{20}$ *ſerà tanto menor que* $\frac{3}{5}$, *como la unidad es menor que 4*; (15) y al contrario, *ſi el denominador del quebrado* $\frac{3}{5}$ *ſe parte por qualquier numero 5, el quebrado* $\frac{3}{1}$ *ſerà tanto mayor que* $\frac{3}{5}$, *como 5 es mayor que la unidad.* (16)

COROLARIO XVI.

79 Por lo que *ſi el numerador, y denominador de un quebrado* $\frac{3}{5}$, *ſe multiplican por un miſmo numero 4, y de los productos ſe forma otro quebrado* $\frac{12}{20}$, *eſte ſerà igual al propueſto*; pues multiplicando el numerador 3 por 4, el quebrado $\frac{12}{5}$ es mayor 4 veces que $\frac{3}{5}$; (77) y multiplicando el denominador 5 por el miſmo 4, el quebrado

do $\frac{12}{20}$ es menor quatro veces, que $\frac{12}{5}$ (78) luego es igual al propuesto $\frac{3}{5}$.

COROLARIO XVII.

80 Del mismo modo *si el numerador, y denominador de un quebrado* $\frac{12}{20}$ *se parten por un mismo numero* 4, *y de los quocientes se forma el quebrado* $\frac{3}{5}$ *este serà igual al propuesto* $\frac{12}{20}$. Pues partiendo 12 por 4, el quebrado $\frac{3}{20}$ es quatro veces menor, que $\frac{12}{20}$; (77) y partiendo 20 por 4, el quebrado $\frac{3}{5}$ es quatro veces mayor que $\frac{3}{20}$; (78) luego es igual à $\frac{12}{20}$.

DEFINICION XIII.

81 *Medir* un numero à otro se dice quando le parte exactamente; asi 4 mide al 8, y la unidad mide à qualquier numero entero. El numero que asi mide à otro, se dice *parte alicota* suya, à distincion de otro, que no le mida exac-

ta-

tamente, como el 3 al 5, que se dice *parte aliquanta.*

DEFINICION XIV.

82 *Comun medida* de dos, ò mas numeros, es el que les parte exactamente, como el 2 al 6, y al 10; y *mayor medida comun* se llama el mayor numero que les parte exactamente.

AXIOMA XIII.

83 *Si un numero 3 mide à qualesquiera otros 6, 9, 12, tambien medirà à la suma de ellos 27.*

AXIOMA XIV.

84 *Si un numero 3 mide à un todo 27, y à su parte 9, tambien medirà al residuo 18.*

AXIOMA XV.

85 *Si un numero 3 mide à qualesquiera otros 6, y 12, tambien medirà al producto de ellos 72; y si no los midiere, por exemplo, 4, y 5, tampoco medirà al producto 20.*

PROPOSICION V.

PROBLEMA.

86 *Hallar la mayor medida comun de dos numeros, por exemplo 360, y 297.*

RESOLUCION.

Partase el numero mayor 360 por el menor 297, y sin atencion al quociente 1, notese el residuo 63; por este partase el numero menor 297, y aunque les toca à 4, solo se debe hacer consideracion del residuo 45, para partir por

por èl el primer residuo 63; su quociente es 1, y el residuo 18; continuese à partir el segundo residuo 45 por el tercero 18, y cabiendole à 2, sobran 9; por èl partase el tercer residuo 18; y por quanto de esta division nada sobra, se concluirà, que el ultimo partidor 9 es la mayor comun medida de los numeros propuestos.

DEMONSTRACION.

Que 9 sea medida de 360, y 297, se vè de la misma série de la operacion, pues 9 se mide exactamente asimismo, (16) por consiguiente à $9 + 9 = 18$; (83) luego tambien asi $9 + 18 + 18 = 45$; (83) y à $45 + 18 = 63$; y à $63.4 + 45 = 252 + 45 = 297$; y ultimamente, à $297 + 63 = 360$. (83)

Que sea la mayor medida comun, se prueba asi. Si el 9 no es la mayor me-

medida comun de 360, y 297, ſealo otro numero mayor que el 9; por conſiguiẽte, el referido numero medirà à 360, y 297; (82) luego tambien à 297 + 63 = 360; (84) luego tambien à 63.4 + 45 = 297; luego tambien à 45 + 18 = 63; luego tambien à 9 + 9 = 18; luego tambien à 9, que es abſurdo; (81) pues el citado numero ſe ſupone mayor que 9; por conſiguiente, ningun numero mayor que 9 es la mayor medida comun de los numeros propueſtos, eſto es, que 9 es el mayor.

SCHOLIO I.

87 Las particiones ſe deberàn continuar haſta que ſóbre cero, ò la unidad; *ſi ſobra cero*, como ſe ha viſto, *el ultimo partidor ſerà la mayor medida comun; y ſi ſobra la unidad, es ſeñal de que aquellos numeros no tienen otra comun medida, que la unidad.* Llamanſe eſtos numeros *pri-*

primos, à diſtincion de los otros, que ſe dicen *compueſtos.*

SCHOLIO II.

88 *Si ſe buſca la mayor medida comun de tres, ò mas numeros* 35, 49, y 56, ſe hallarà primero la mayor medida comun de 35 y 49, que ſegun las reglas dadas, es 7; y buſcando deſpues la mayor medida comun de 7, y 56, ſe hallarà ſer 7, el qual es la mayor medida comun de los tres; y aſsi de otros.

PROPOSICION VI.

PROBLEMA.

89 *Reducir un quebrado à la menor expreſsion, conſervando la igualdad*, por exemplo $\frac{297}{360}$

RESOLUCION, Y DEMONSTRACION.

Halleſe la mayor medida comun del

numerador, y denominador 297, y 360 igual à 9 (86), por la qual partanse los referidos numeros, y los quocientes 33 y 40 dispuestos en forma de quebrado $\frac{33}{40}$ daràn un quebrado igual al propuesto, (80) y reducido à menor expresion, pues el partidor es el mayor.

SCHOLIO.

90 Si *los numeros de un quebrado no fueren muy crecidos*, se podrà reducir à menor expresion con mas comodidad, tomando primero la mitad del numerador, y denominador, mientras se pueda; despues el tercio, todas las veces que los numeros lo permitan; despues el quinto, &c. asi el quebrado $\frac{30}{36}$ se podrà reducir, tomando la mitad de 30, y de 36, con lo que el quebrado $\frac{15}{18}$ serà $= \frac{30}{36}$ (86); Y por quanto no se puede tomar otra vez la mitad de 15 y 18, tomese el tercio, con lo que el quebrado

do $\frac{5}{6}$ ſerà $=\frac{15}{18}=\frac{30}{36}$ (86) y reducido à la menor expreſsion, pues 5, y 6 ſon los menores numeros en que ſu valor puede expreſſarſe.

PROPOSICION VII.

PROBLEMA.

91 *Reducir los quebrados à un comun denominador, conſervando la igualdad.*

RESOLUCION, Y DEMONSTRACION.

Multipliquenſe los denominadores entre sì, y el producto ſerà el nuevo denominador; multipliqueſe aſsimiſmo el numerador de cada quebrado por todos los denominadores de los otros, à excepcion del ſuyo propio, y ſe tendrà el nuevo numerador en cada quebrado.

Exemplo 1.

$\frac{1}{2}$ y $\frac{2}{3}$ reducidos à un comun denominador, ſon $\frac{1.3}{2.3}$ y $\frac{2.2}{3.2} = \frac{3}{6}$ y $\frac{4}{6}$.

Exemplo 2.

$\frac{1}{3}$, $\frac{2}{5}$ y $\frac{3}{4}$ reducidos à un comun denominador, ſon $\frac{1.5.4}{3.5.4}$, $\frac{2.3.4}{5.3.4}$ y $\frac{3.3.5.}{4.3.5.} = \frac{20}{60}$, $\frac{24}{60}$ y $\frac{45}{60}$.

Porque multiplicando, v. g. en el exemplo 1. aſsi el numerador 1, como el denominador 2 del quebrado $\frac{1}{2}$, el quebrado $\frac{3}{6}$ ſerà igual al propueſto, entendiendoſe lo miſmo en los otros. (79)

PROPOSICION VIII.

PROBLEMA.

92 *Sumar quebrados.*

RE-

RESOLUCION, Y DEMONSTRACION.

Reduzcanſe los quebrados à un comun denominador, ſi lo tienen diferente (91); ſumenſe los nuevos numeradores, y poniendo à la ſuma por denominador, el denominador comun, ſe tendrà un quebrado igual à la ſuma de los propueſtos. (75, 13)

Exemplo 1.

$\frac{2}{5} + \frac{2}{3}$ reducidos ſon $\frac{2.3}{5.3} + \frac{2.5}{3.5} = \frac{6}{15} + \frac{10}{15} = \frac{16}{15} = 1 + \frac{1}{15}$; pues ſi $\frac{2}{5}$ y $\frac{2}{3}$ lo ſon de un peſo ſencillo, valdrà el primero 6. reales, y el ſegundo 10 reales, (73) que en todo componen 16 reales, ù $\frac{16}{15}$ de peſo, como reſulta del exemplo.

Exemplo 2.

$\frac{3}{4} + \frac{4}{5}$ reducidos, ſon $\frac{3.5}{4.5} + \frac{4.4}{5.4} = \frac{15}{20} + \frac{16}{20} = \frac{31}{20} = 1 + \frac{11}{20}$; pues ſi $\frac{3}{4}$ y $\frac{4}{5}$ lo ſon de

1 peſo duro, el primero valdrà 15 reales, y el ſegundo 16 reales, que componen 31 reales, ù bien $\frac{31}{20}$ de peſo duro.

PROPOSICION IX.

PROBLEMA.

93 *Reſtar quebrados.*

RESOLUCION.

Si los quebrados tienen diferentes los denominadores, ſe reduciràn à uno miſmo. (91) Deſpues ſe reſtarà el numerador del uno del denominador del otro, y el reſiduo ſerà el numerador de la reſta, que con el comun denominador, ſerà el quebrado reſiduo. (75,14)

Exemplo 1.

$\frac{3}{4} - \frac{1}{3}$ reducidos ſon $\frac{3\cdot3}{4\cdot3} - \frac{4\cdot1}{3\cdot4} = \frac{9}{12} - \frac{4}{12} = \frac{5}{12}$ pues ſi $\frac{3}{4}$ y $\frac{1}{3}$ lo ſon de un pie, el

el primero valdrà 9 pulgadas, y el ſegundo 4 pulgadas, por lo que la diferencia ſerà 5 pulgadas, ù $\frac{5}{12}$ de pie.

Exemplo 2.

$\frac{2}{3} - \frac{1}{4}$. reducidos, ſon $\frac{2.4}{3.4} - \frac{3.1}{4.3} = \frac{8}{12} - \frac{3}{12} = \frac{5}{12}$.; pues ſi $\frac{2}{3}$ y $\frac{1}{4}$ lo ſon de vara, el primero valdrà 2 pies, ù 24 pulgadas, y el ſegundo 9 pulgadas; por lo que la diferencia ſerà 15 pulgadas, eſto es, $\frac{15}{36}$ de vara, reſpecto de que la vara tiene 36 pulgadas $= \frac{5.3}{12.3} = \frac{5}{12}$.

PROPOSICION X.

PROBLEMA.

94 *Multiplicar quebrados.*

RESOLUCION.

Multipliquenſe los numeradores en-

tre sì, y se tendrà el nuevo numerador; multipliquense los denominadores assimismo entre sì, y el producto serà el nuevo denominador.

Exemplo 1.

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{5} = \frac{4}{15}.$$

Exemplo 2.

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{5} = \frac{6}{20}.$$

DEMONSTRACION.

Multiplicar $\frac{2}{3}$ por $\frac{2}{5}$ en el Exemplo 1. es tomar tantas veces $\frac{2}{3}$ como unidades hay en $\frac{2}{5}$ (15); pero en $\frac{2}{5}$ solo hay las dos quintas partes de la unidad (61); luego se han de tomar *las dos quintas partes de dos tercios*; la quinta parte de $\frac{2}{3}$ se toma multiplicando 5 por 3, esto es, el denominador por el denominador para te-

tener $\frac{2}{15}$ (77); luego dos de estas partes se tomaràn multiplicando la parte 2 por 2, esto es, el numerador por el numerador, como la resolucion previene.

COROLARIO I.

95 Respecto de que qualquier entero se puede expressar en forma de quebrado con ponerle por denominador la unidad (70); se podrà inferir el modo de *multiplicar qualquier entero por quebrado.* Assi el producto de 7 por $\frac{2}{3}$ es $= \frac{7}{1} \cdot \frac{2}{3} = \frac{14}{3} = 4 + \frac{2}{3}$ despues de reducido. (69)

COROLARIO II.

96 Tambien si un entero se reduce à la especie del quebrado que lo acompaña, (72) se podrà *multiplicar entero, y quebrado por entero, y quebrado.* Assi 2 y $\frac{2}{3}$ multiplicado por 4 y $\frac{2}{5}$ serà

rà $\frac{8}{3}$. $\frac{22}{5}$ reducido cada uno à la eſpecie de ſu quebrado, $= \frac{176}{15} = 11 + \frac{11}{15}$ deſpues de reducido. (69)

COROLARIO III.

97 *Los quebrados de quebrados, como dos quintos de dos tercios de peſo, ſe reducen por eſta regla à ſimples*, multiplicando el numerador 2 por el numerador 2, y el denominador 3 por el denominador 5; con lo que $\frac{4}{15}$ de peſo igual 4 reales ſerà = à $\frac{2}{3}$ de $\frac{2}{5}$ de peſo, ſegun ſe puede inferir de la demonſtracion de la propoſicion, atendiendo à lo notado de ella, pues no es eſto otra coſa, que un quebrado de quebrado.

COROLARIO IV.

98 *Para multiplicar un quebrado por un numero igual à ſu denominador*, ſe podrà borrar el denominador, y el nume-

ra-

rador ſerà el producto; aſsi ſucede que $\frac{2}{3}$ multiplicado por 3, ſerà $= \frac{2}{3} . \frac{3}{1} = 2$; pues $\frac{3}{3} = 1$ y $1 . 2 = 2$.

COROLARIO V.

99 Eſto facilita *un modo muy commodo para executar las multiplicaciones de los quebrados*, pues dexandolas ſolo indicadas con el ſigno, à fin de no confundir los multiplicadores, y reduciendo quanto ſea dable los terminos del numerador con los terminos del denominador, ſin atencion à que ſean los unos correſpondientes à los otros, ſe multiplicaràn deſpues entre sì los demàs terminos del numerador, como tambien los del denominador. Aſsi para multiplicar $\frac{2}{3}$ por $\frac{3}{5}$ ſe tendrá $\frac{2 . 3}{3 . 5} = \frac{2}{5}$; pues $\frac{3}{3} = 1$; Tambien $\frac{2}{4} . \frac{3}{5} = \frac{1}{2} . \frac{3}{5} = \frac{3}{10}$. Aſsimiſmo $\frac{3}{5} . \frac{5}{6} . \frac{10}{3} = \frac{5}{5} . \frac{3}{3} . \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$.

CO-

COROLARIO VI.

100 De ſuerte, que deſpues de reducidos en eſta forma los terminos del numerador con los terminos del denominador, el producto quedarà reducido à los minimos terminos, lo que es de ſumo deſcanſo en ſemejantes caſos; pues aunque parece emplea eſte methodo mas trabajo, y numeros, en realidad es mucho mas breve, que ſi los numeros ſe huvieran de multiplicar, y deſpues reducir; à mas de que la comodidad con que ſe executan las operaciones, y la ſérie, que manifieſta de todas ellas para corregir qualquier equivocacion cometida, lo hace mas recomendable.

PROPOSICION XI.

PROBLEMA.

101 *Partir quebrados.*

RESOLUCION.

Multipliquese el numerador del dividendo por el denominador del divisor, y se tendrà el nuevo numerador; multipliquese assimismo el denominador del dividendo por el numerador del divisor, y el producto serà el nuevo denominador del quebrado quociente.

Exemplo 1.

$$\frac{2}{3} : \frac{1}{5} = \frac{10}{3} = 3 + \frac{1}{3}.\ (69)$$

Exemplo 2.

$$\frac{1}{2} : \frac{1}{4} = \frac{4}{2} = 2.\ (69)$$

DEMONSTRACION.

Multiplicando 2 por 5, y 3 por 1, estos quebrados virtualmente se reducen à una misma denominacion, ù especie,

cie, (91) pues ſolo falta multiplicar ſus denominadores 3, y 5, cuyo producto es 15; con lo que los quebrados reſultantes $\frac{10}{15}$ y $\frac{3}{15}$ ſon iguales à los propueſtos (79); y averiguandoſe por eſte medio la magnitud del uno al reſpecto del otro, (76) en que conſiſte la diviſion, (16) ſe deberà partir el numerador, 10, por el numerador 3, como la reſolucion previene.

COROLARIO I.

102 *Para partir entero por quebrado,* ſe expreſſarà el entero en forma de quebrado (70); y en lo demàs ſe ſeguirà la regla antecedente. Aſsi 4 partido por $\frac{3}{5}$ es igual $\frac{4}{1}:\frac{3}{5} = \frac{20}{3} = 6 + \frac{2}{3}$ deſpues de reducido. (69)

COROLARIO II.

103 *Para partir entero, y quebrado*

por

por entero, *y quebrado*, ſe reducirà cada entero à la eſpecie de ſu quebrado (72); y en lo demàs, ſe partiràn los quebrados reſultantes. Aſsi $9 + \frac{3}{4}$ partido por $6 + \frac{2}{5}$ ſerà igual $\frac{39}{4} : \frac{32}{5} = \frac{39 \cdot 5}{4 \cdot 32} = \frac{195}{128}$.

COROLARIO III.

104 De lo dicho ſe puede inferir, que *para partir un quebrado* $\frac{2}{5}$ *por otro* $\frac{2}{3}$, baſtarà poner el denominador 3 del diviſor por numerador, y el numerador 2 por denominador aſsi $\frac{3}{2}$, y multiplicando deſpues el un quebrado $\frac{2}{5}$ por el otro $\frac{3}{2}$ el producto $\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{5}$, ſerà el quociente. Tengaſe aqui tambien preſente lo prevenido al artic. 99.

SCHOLIO.

105 Los que toman las voces, ò terminos de una Ciencia en el ſentido vulgar, ſe admiran cómo el multipli-

car

car en los quebrados diſminuye el numero, y el partir lo aumenta, ſiendo contrario à lo que ſucede con los enteros, y pareciendo diſſonante al oìdo? Pero ſi ſe hacen cargo, que aſsi en eſto, como en los demàs aſſumptos de una Ciencia, ſolo ſe requiere cumplir con ſus definiciones, ò principios, ſin atender à las diverſas inteligencias, que cada uno puede atribuìr à una coſa, veràn que el multiplicar conſiſte en hallar un numero que contenga tantas veces à uno de dos dados, como el otro contiene à la unidad (15); y que en la particion ſe buſca un numero, que contenga tantas veces la unidad, como el dividendo al diviſor (16); De lo que, y no de otra ſupoſicion, reſulta, que en los enteros el multiplicar aumenta el numero, pues ſiendo qualquiera de ellos mayor que la unidad, el que venga debe ſer mayor que el otro otras tantas veces; al contrario en los quebrados, porque como qual-

quie-

quiera de ellos es menor que la unidad, (siendo proprio) (68); el producto debe ser tanto menor, que el uno, como el otro es menor que la unidad. Lo mismo por su termino se debe entender en el partir; y sirva esta advertencia para otras muchas ocasiones, que se iràn ofreciendo, en que los terminos que se definen, no tengan aquella perfecta correspondencia, que algunos se imaginan deben tener, con los vulgares.

Exemplo 1.

Uno tiene al año de sueldo 500. doblones, à cómo sale por mes?

RESOLUCION.

Partanse 500. doblones por 12 meses (53), y el quociente $\frac{500}{12} = \frac{250}{6} = \frac{125}{3} = 41$ doblon, y $\frac{2}{3}$ de otro (99,69) que

valuado ſerà $\frac{2.4}{3} = \frac{8}{3} = 2$ peſo $+ \frac{2}{3}$ de otro (69,73) que valuado ſerà $\frac{2.15}{3} = 2.5 = 10$ reales, de ſuerte, que tiene de ſueldo al mes 41 doblones, 2 peſo, y 10 reales.

Exemplo 2.

En el miſmo caſo ſe pregunta quánto goza al dia?

RESOLUCION.

Partanſe 500 por 360 dias (que tal es el año regulado à 30 dias cada mes) y el quociente $\frac{500}{360} = \frac{50}{36} = \frac{25}{18} = 1$ doblon, y $\frac{7}{18}$ de otro, que valuado, ſerà $\frac{7.4}{18} = \frac{7.2}{9} = \frac{14}{9} = 1$ peſo, y $\frac{5}{9}$ de otro, cuyo valor es $\frac{5.15}{9} = \frac{5.5}{3} = \frac{25}{3} = 8$ reales, y $\frac{1}{3}$ que valuado ſerà $\frac{1.34}{3} = 11$ .mrs. y $\frac{1}{3}$ de ſuerte, que al dia goza 1 doblon, 1 peſo, 8 reales, 11 mrs. y $\frac{1}{3}$ de otro.

Exemplo 3.

Diez varas de tela, y tres quartas, quánto importan à razon de 2 pesos, y medio la vara?

RESOLUCION.

Multipliquese 10 varas y $\frac{3}{4}$ por 2 pesos, y serà $(10 + \frac{3}{4}) . 2 = 20 + \frac{6}{4} = 21$ pesos $+ \frac{1}{2}$. Despues multipliquese las mismas 10 varas, y $\frac{3}{4}$ por $\frac{1}{2}$, y serà $(10 + \frac{3}{4}) . \frac{1}{2} = \frac{10}{2} + \frac{3}{8} = 5$ pesos $+ \frac{3}{8}$ de otro, sumense estos dos productos, y se tendrà $21 + \frac{1}{2} + 5 + \frac{3}{8} = 26$ pesos $+ \frac{7}{8}$ de otro, que valuado serà $\frac{7.15}{8} = \frac{105}{8} = 13$ reales $\frac{1}{8}$ de otro, cuyo valor es $\frac{1.34}{8} = \frac{17}{4} = 4$.mrs. $+ \frac{1}{4}$ de otro, de suerte, que en todo es 26 pesos, 13 reales, 4 mrs. y $\frac{1}{4}$ de otro.

Esta ultima question se puede resolver, reduciendo una, y otra cantidad à su quebrado (72), y se tendrà

 por

por el producto $\frac{43}{4}.\frac{5}{2} = \frac{215}{8} = 26$ pesos $+ \frac{7}{8}$ de otro, como antes (96,69). Podrà, pues, executarse la multiplicacion como mejor pareciere.

SECCION IV.

DE LA RAZON, Y PROPORCION en general.

106 Contiene esta Seccion la doctrina del *lib. 5. de los Elementos de Euclides*; la mas util, y universal de las Mathematicas; sus proposiciones pueden passar por meros Axiomas, y en efecto lo son, si se atiende al principio, que aqui se dà para sus demostraciones.

DE LA RAZON.

DEFINICION XIII.

107 *Razon* se llama aquella relacion, que resulta de la comparacion entre sì, de dos cosas de la misma especie.

DEFINICION XIV.

108 El termino que se compára, se

dice *antecedente*; y aquel con quien se compára, *consequente*. Comunmente se toma por antecedente el mayor termino de la comparacion, y por consequente el menor; aunque segun la definicion, es indiferente.

DEFINICION XV.

109 La razon se llama *Arithmetica*; quando se atiende à la diferencia 4 entre dos cantidades 6 y 2 de la misma especie.

COROLARIO.

110 Estarà, pues, bien expressada con el signo de la resta; y assi la razon arithmetica de 6 à 2, se indicarà de esta suerte 6—2. (24)

DEFINICION XVI.

111 La razon se denomina *Geometri-*

trica, quando en la comparacion de dos cantidades 6 y 2 de la mifma efpecie, fe atiende al quociente 3, que refulta de la divifion del antecedente por el confequente.

COROLARIO I.

112 *El dividendo, y divifor de qualquier particion, forman una razon geometrica.* (16)

COROLARIO II.

113 *El numerador, y denominador de qualquier quebrado, forman una razon geometrica.* (64)

COROLARIO III.

114 Por configuiente, la razon de 6 à 2, fe podrà expreffar afsi 6:2, ù bien $\frac{6}{2}$ (65)

SCHOLIO.

115 Aqui ſolo tratamos de la razon geometrica.

DEFINICION XVII.

116 *Exponente* de una razon 6:2, es el quociente 3, que reſulta de la particion del antecedente 6, por el conſequente 2. Diceſe tambien *denominador de la razon*, quando el antecedente es mayor que ſu conſequente.

COROLARIO I.

117 *La razon ſe mide por ſu exponente.* (111)

COROLARIO II.

118 Por lo *que, ſi los exponentes de 2, ò mas razones, ſon iguales, las razones ſe-*

ſeràn iguales; y ſi ſon desiguales, las razones ſeràn desiguales; ſiendo mayor aquella razon, cuyo exponente ſea mayor. Por exemplo, ſi el quociente 3, ù exponente de la razon de 6 à 2 fueſſe igual al quociente, ù exponente 3 de la razon de 12 à 4; la razon de 6 à 2 ſerà igual à la razon de 12 à 4, pudiendoſe expreſſar eſta igualdad aſsi $6:2 = 12:4$. ù en forma de quebrado $\frac{6}{2} = \frac{12}{4}$. (114,20)

Si el exponente 3 de la razon de 6 à 2 fueſſe mayor, que el exponente 2 de la razon de 8 à 4, ſerà la razon de 6 à 2 mayor que la de 8 à 4, y ſe podrà indicar aſsi, $6:2 > 8:4$, ù en forma de quebrado $\frac{6}{2} > \frac{8}{4}$. (21,114)

Y ultimamente, ſi el exponente 3 de la razon de 6 à 2 fueſſe menor, que el exponente 4 de la razon de 12 à 3, ſerà la razon de 6 à 2, menor que la razon de 12 à 3, y ſe ſignificarà aſsi $6:2 < 12:3$, ù en forma de quebrado $\frac{6}{2} < \frac{12}{3}$. (22,114)

CO-

COROLARIO III.

119 Siendo en la razon de 3 à 1 el exponente 3, y en la razon de 1 à 3 el exponente $\frac{1}{3}$, (116) se sigue, que *no es una misma la razon, que el antecedente 3 tiene à su consequente 1, que la que este tiene à su antecedente, y solo será la misma, quando el antecedente sea igual à su consequente,* pues de qualquier suerte, su exponente es la unidad.

COROLARIO IV.

120 Por quanto partiendo dos cantidades iguales 8 y 8, por una tercera 2, los quocientes, ù exponentes 4 y 4 son iguales, (34) las razones lo serán tambien (118), esto es 8:4 = 8:4; y respecto de que si una cantidad 2 se parte por 2 iguales 8 y 8, los quocientes $\frac{2}{8}$ y $\frac{2}{8}$ son iguales (34), tambien lo serán las razones 2:8 = 2:8 (118) De suerte, que

las

las cantidades iguales 8 *y* 8, *tienen una misma razon à una tercera* 2; *y una tercera* 2 *tiene una misma razon à cantidades iguales* 8 *y* 8. Es la proposicion 7. del lib. 5. de los Elementos de Euclides.

COROLARIO V.

121 *Las cantidades* 4 *y* 4, *que tienen una misma razon à una tercera* 2; esto es, que 4:2 = 4:2: *son iguales entre sì, y si una tercera* 2 *tiene la misma razon à dos cantidades* 4 *y* 4, esto es que 2:4 = 2:4 *tambien seràn iguales*; pues siendo en el primer caso $\frac{4}{2} = \frac{4}{2}$. Si se multiplican estos quocientes, ù exponentes por un mismo numero 2, serà $\frac{2.4}{2} = \frac{2.4}{2}$ (33) luego 4 = 4 (99); y en el segundo caso, siendo del mismo modo $\frac{2}{4} = \frac{2}{4}$ si estos quocientes iguales se parten por un mismo numero 2, serà $\frac{2}{2.4} = \frac{2}{2.4}$ (34) luego $\frac{1}{4} = \frac{1}{4}$ (99) esto es 4 = 4. es la 9. del 5. de Euclides.

CO-

COROLARIO VI.

122 *Las razones 6:2, y 12:4 iguales à otra 3:1. ſon iguales entre sì*, pues ſiendo ſus exponentes iguales al de la tercera, lo ſeràn entre sì (28); por conſiguiente las razones (118). Es la 11 del 5. de Euclides.

DE LA PROPORCION.

DEFINICION XVIII.

123 *Proporcion* es la igualdad de dos razones; y los terminos de eſtas ſe dicen *proporcionales*.

DEFINICION XIX.

124 Si las razones fueren Arithmeticas, la proporcion ſe dice *Arithmetica*; y *Geometrica*, ſi las razones fueren geometricas.

COROLARIO I.

125 La proporcion Arithmetica de 5, 3, 4, 2, se expressarà, assi $5-3=4-2$ (20,110), y la proporcion geometrica de 18, 6, 12, y 4, se indicarà assi $18:6=12:4$, ò bien $\frac{18}{6}=\frac{12}{4}$ (118); la primera se leerà 5 *menos* 3, *igual à* 4 *menos* 2, ò bien, *la diferencia de* 5 *à* 3 *igual à la diferencia de* 4 *à* 2; y la segunda proporcion se leerà assi 18 *partido por* 6 *igual à* 12 *partido por* 4; ò bien *el quociente de* 18 *por* 6, *igual al quociente de* 12 *por* 4, como consta de los Articulos citados; ò tambien assi 18 *es à* 6, *como* 12 *es à* 4.

COROLARIO II.

126 *En la proporcion geometrica* $18:6=12:4$. *el un antecedente* 18 *contiene tantas veces à su consequente* 6, *como el otro* 12 *à su consequente* 4. (111,123)

CO-

COROLARIO III.

127 *El producto 12, multiplicando 4, multiplicador 3, y la unidad 1, ſon proporcionales.* (15)

COROLARIO IV.

128 *El dividendo 12, diviſor 4, quociente 3, y la unidad 1, ſon proporcionales.* (16)

COROLARIO V.

129 *En dos quebrados iguales* $\frac{18}{6} = \frac{12}{4}$ *el numerador, y denominador del uno 18, y 6, con el numerador, y denominador del otro 12 y 4, forman una proporcion* (113); y al contrario, como ſe ha viſto (125) *de qualeſquiera quatro terminos proporcionales,* 18, 6, 12 y 4, *ſe pueden formar dos quebrados iguales* $\frac{18}{6} = \frac{12}{4}$.

DEFINICION XX.

130 Si la razon de un numero à otro fuere la miſma, que de eſte à un tercero, que de eſte à un quarto, que de eſte à un quinto, &c. los referidos terminos forman una *progreſsion*; *Arithmetica*, ſi la razon, que reyna en todos fuere Arithmetica; y *Geometrica*, ſi Geometrica. Aſsi 1, 2, 3, 4, 5, 6, &c. forman una *progreſsion arithmetica*, porque la diferencia de los terminos es 1; y 1, 2, 4, 8, 16, 32, &c. forman una *progreſsion Geometrica*, de cuya razon el exponente es $\frac{1}{2}$; ſi và decreciendo, como 32, 16, 8, 4, 2, 1, ſu exponente, ò denominador, es 2. (116)

PROPOSICION XII.

THEOREMA.

131 *Si quatro numeros* 66, 33, 10, 5, *fue-*

fueren proporcionales, el producto de los extremos 66. 5, es igual al producto de los medios 33. 10.

DEMONSTRACION.

Porque siendo $\frac{66}{33} = \frac{10}{5}$, reducidos estos quebrados à un comun denominador (91), serà $\frac{66 \cdot 5}{33 \cdot 5} = \frac{33 \cdot 10}{33 \cdot 5}$. esto es 66.5 $=$ 33. 10. (35) Que es lo que se havia de demostrar.

PROPOSICION XIII.

THEOREMA.

132 *Si el producto de los extremos 66.5, es igual al producto de los medios 33. 10, los quatro numeros 66, 33, 10, 5. seràn proporcionales.*

DEMONSTRACION.

Porque siendo por suposicion 66.5 $=$ 33.10. si uno, y otro miembro se

par-

parte por 33. 5, serà $\frac{66.5}{33.5} = \frac{33.10}{33.5}$. (34) esto es $\frac{66}{33} = \frac{10}{5}$. (99)

COROLARIO I.

133 *Si tres numeros* 8, 4, 2, *fueren proporcionales*, esto es, que $\frac{8}{4} = \frac{4}{2}$, *el producto de los extremos* 8. 2. *serà igual* 4.4. *producto del medio por sì mismo; y si el producto de los extremos* 8. 2 *fuesse*= 4.4. *producto del medio por sì mismo, los tres numeros* 8, 4, 2, *seràn proporcionales.*

COROLARIO II.

134 *Si à dos numeros* 8, *y* 4 *se quiere hallar un tercero proporcional, se multiplicarà el segundo* 4 *por sì mismo, y su producto* 16 *se partirà por el primero* 8, con lo que el quociente $\frac{16}{8} = 2$ serà el tercero proporcional, esto es, que serà 8:4 = 4:2.

COROLARIO III.

135 *Si à tres numeros 18, 6, y 15 se quiere hallar un quarto proporcional, se multiplicarà el segundo 6 por el tercero 15, y el producto se partirà por el primero*, con lo que el quociente $\frac{6.15}{18} = \frac{15.1.}{3} = 5$ serà el quarto proporcional, esto es, que serà $18:6 = 15:5$.

DEFINICION XXI.

136 *Equimultiplices* son los numeros, ò cantidades, que incluyen igual numero de veces à sus partes alicotas: por exemplo 12 y 6 son equimultiplices de 4 y 2, pues asi como 12 contiene tres veces al quatro, el 6 contiene tres veces al dos.

COROLARIO.

137 *Los antecedentes 12, y 6 en una*

proporcion 12:4 = 6:2 *son equimultiplices de sus consequentes* 4 *y* 2. (126)

DEFINICION XXII.

138 Quando se compára el antecedente 6 al consequente 2, como el antecedente 12 al consequente 4, la proporcion se llama *directa*.

DEFINICION XXIII.

139 Si se compára el consequente 2 al antecedente 6, como el consequente 4 al antecedente 12, la proporcion se llama *Inversa*.

COROLARIO.

140 *Si quatro cantidades* 6, 2, 12, y 4, *fueren proporcionales directamente* $\frac{6}{2} = \frac{12}{4}$. tambien lo seràn invirtiendo $\frac{2}{6} = \frac{4}{12}$, pues siendo por suposicion $\frac{6}{2} = \frac{12}{4}$ reducidos estos quebrados à una misma

 de-

denominacion (91), ſerà 6.4 = 2.12; eſto es, el producto de los medios 6 y 4, igual al producto de los extremos 2 y 12; por conſiguiente ſeràn proporcionales 2:6 = 4:12. (132)

DEFINICION XXIV.

141 Quando ſe compára el antecedente 6 al antecedente 12, como el conſequente 2 al conſequente 4, la proporcion ſe llama *alterna.*

COROLARIO I.

142 *Si quatro cantidades fueren directamente proporcionales 6:2 = 12:4 tambien lo ſeràn alternando 6:12 = 2:4* pues ſiendo por ſupoſicion $\frac{6}{2} = \frac{12}{4}$, reducidos los quebrados à un comun denominador (91) ſerà 6.4 = 2.12, eſto es, el producto de los extremos 6 y 4 igual al producto de los medios 12 y 2, por con-

consiguiente seràn proporcionales 6:12 = 2:4. (132) Es la 16. del 5. de Euclides.

COROLARIO II.

143 *Los equimultiplices 6 y 12, son proporcionales con las cantidades 2 y 4, de quienes son equimultiplices*, esto es, $\frac{6}{12} = \frac{2}{4}$; pues por ser equimultiplices es $\frac{6}{2} = \frac{12}{4}$ (137), luego alternando $\frac{6}{12} = \frac{2}{4}$. (142) Es la 15. del 5. de Euclides.

DEFINICION XXV.

144 Quando se compára el antecedente 6 mas el consequente 2 = 8, al consequente 2, como el antecedente 12 mas el consequente 4 = 16, al consequente 4; la proporcion se llama *compuesta*.

COROLARIO I.

145 *Si quatro cantidades fueren di-*

rectamente proporcionales $6:2 = 12:4$. *tambien lo seràn componiendo* $(6+2):2 = (12+4):4$, pues siendo por suposicion $\frac{6}{2} = \frac{12}{4}$ si à una parte añadimos $\frac{2}{2}$. y à otra $\frac{4}{4}$, se tendrà cada exponente 3 aumentado de una unidad; luego serà $3+1 = 3+1$ (29) por consiguiente $(6+2):2 = (12+4):4$. (118) Es la 17. del 5. de Euclides.

COROLARIO II.

146 *Si quatro, ò mas cantidades fueren proporcionales* $6:2 = 12:4$, *la suma de los antecedentes* $6+12$, *es à la suma de los consequentes* $2+4$, *como qualquier antecedente* 12 *à su consequente* 4, porque siendo $6:2 = 12:4$, serà alternando $6:12 = 2:4$. (142) y componiendo $(6+12):12 = (2+4):4$. (145) y alternando otra vez $(6+12):(2+4) = 12:4$. (142) Es la 12 del 5. de Euclides.

DEFINICION XXVI.

147 Quando se compára la diferencia 4 entre el antecedente 6, y el consequente 2 al mismo consequente 2, como la diferencia 8 entre el antecedente 12, y su consequente 4 al mismo consequente 4, la proporcion se llama *dividida.*

COROLARIO I.

148 *Si quatro cantidades fueren directamente proporcionales* $6:2 = 12:4$, *tambien lo serán dividiendo* $(6-2):2 = (12-4):4$; pues siendo por suposicion $\frac{6}{2} = \frac{12}{4}$, si de la primera parte quitamos $\frac{2}{2}$, y de la segunda $\frac{4}{4}$, se tendrà cada exponente 3 disminuìdo de una unidad, luego serà $\frac{6}{2} - \frac{2}{2} = \frac{12}{4} - \frac{4}{4}$ (30); esto es $(6-2):2 = (12-4):4$. (118) Es la 18 del 5. de Euclides.

COROLARIO II.

149 *Si el todo 12 al todo 6 fueſſe como la parte 4 reſtada de 12 à la parte 2 reſtada de 6, tambien el reſiduo 8 al reſiduo 4, ſerà como el todo 12 al todo 6*, pues ſiendo por ſupoſicion 12:6=4:2 ſerà alternando 12:4=6:2 (142), y dividiendo (12—4) : 4=(6—2) : 2, eſto es, 8: 4=4:2 (148), pero ſe ſupone 12:6= 4:2; luego 8:4=12:6. (122) Es la 19 del 5. de Euclides.

DEFINICION XXVII.

150 *Razon compueſta*, ò *razon multiplicada*, es la que reſulta de la multiplicacion de los terminos de diferentes razones, ſiendo ſu antecedente el producto de todos los antecedentes, y el conſequente el producto de todos los conſequentes. Por exemplo: Si en las razones $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$, ſe multiplican conſecutiva-

men-

mente todos los antecedentes 1, 3, 5, y despues todos los consequentes 2, 4, 6, los productos 15 y 48, comparado el uno al otro, forman una nueva razon, cuyo antecedente es 15, y su consequente 48, y se llama razon compuesta de las razones de 1, à 2, de 3, à 4, y de 5, à 6.

DEFINICION XXVIII.

151 Quando las razones de que se forma la compuesta son iguales, se distingue esta entonces con otros nombres particulares, llamandose *duplicada*, si se compone de dos razones iguales; *triplicada*, si se compone de tres razones iguales; *quadruplicada*, si de quatro razones iguales. Por exemplo, si de las razones iguales $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{6}$, se forma la compuesta $\frac{8}{18} = \frac{4}{9}$ se dice duplicada de la que hay de 2 à 3, ò de 4 à 6. La razon de 2 à 3 se llama *subduplicada* de la de 4 à 9. Asimismo

mo, ſi de las tres razones iguales $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{6}$, $\frac{8}{12}$ ſe forma la compueſta $\frac{64}{216} = \frac{8}{27}$, ſe dice triplicada de la que hay de 2 à 3, ò de 4, à 6. ò de 8, à 12, y la razon de 2 à 3, ſe llama *ſubtriplicada*, de la de 8 à 27.

COROLARIO I.

152 *Si tres cantidades* 3, 9, 27, *fueren continuas proporcionales, la primera* 3 *à la ultima* 27 *eſta en razon compueſta duplicada de* 3 *à* 9, pues hecha la razon compueſta de $\frac{3}{9}$. $\frac{9}{27}$. ſe tiene $\frac{3}{1}$. $\frac{1}{27} = \frac{3}{27}$. (99)

COROLARIO II.

153 *Si quatro cantidades* 3, 9, 27, 81. *fueren continuas proporcionales, la primera* 3 *à la ultima* 81 *eſtà en razon triplicada de la primera* 3 *à la ſegunda* 9; pues hecha la razon compueſta de $\frac{3}{9}$. $\frac{9}{27}$. $\frac{27}{81}$ ſe tiene $\frac{3}{1}$. $\frac{1}{1}$. $\frac{1}{81}$. $= \frac{3}{81}$. (99)

CO-

COROLARIO III.

154 *Si quatro cantidades proporcionales 12, 6, 4, 2, ſe multiplican por los terminos de otras quatro proporcionales 15, 5, 3, 1; eſto es, los antecedentes por los antecedentes, y los conſequentes por los conſequentes, los productos ſeràn proporcionales, y ſerà* (12.15) : (6.5) = (4.3) : (2.1) ò bien $\left(\frac{12.15}{6.5}\right) = \frac{4.3}{2.1}$) pues como los exponentes = 2 y 2 de las razones $\frac{12}{6}$, $\frac{4}{2}$. ſe multiplican por los exponentes = 3 y 3 de las razones $\frac{15}{5}$, $\frac{3}{1}$ los productos 6, y 6 deben ſer iguales (33), por conſiguiente las razones $\frac{12.15}{6.5}$, $\frac{4.3}{2.1}$ de quienes ſon exponentes. (118)

COROLARIO IV.

155 *Si los terminos de quatro cantidades proporcionales 36, 6, 12, 2, ſe parten por los terminos de otras quatro proporcionales 15, 5, 3, 1, eſto es, los antecedentes por los*

los antecedentes, y los consequentes por los consequentes, los quocientes seràn proporcionales $\frac{36}{15} : \frac{6}{5} . = \frac{12}{3} : \frac{2}{1}$. pues como por suposicion se partan los exponentes iguales 6 y 6 de las razones $\frac{36}{6}$, $\frac{12}{2}$ por los exponentes iguales 3 y 3 de las razones $\frac{15}{5}$, $\frac{3}{1}$. los quocientes deben resultar iguales (34) por consiguiente las razones de quienes estos quocientes son exponentes. (118)

SEC-

SECCION V.

DE LAS REGLAS de Proporcion.

DEFINICION XXIX.

156 *Regla de Proporcion de tres* es la que enseña à hallar un quarto proporcional à tres numeros dados, como si à 18, 6, y 15 se quiere hallar el quarto proporcional 5.

COROLARIO I.

157 *Debe, pues, multiplicarse el segundo 6 por el tercero 15, y el producto partirse por el primero 18, para tener el quarto proporcional que se desea* $= \frac{6.15}{18} = \frac{15}{3} =$ 5 (135)

COROLARIO II.

158 Respecto de que en quatro ter-

terminos proporcionales 24, 12, 8, y 4, el primero 24 contiene tantas veces al ſegundo 12, como el tercero 8 al quarto 4, (126) ò alternando el primero al tercero, como el ſegundo al quarto (142). *Si la regla de tres ſe aplica à eſpecies determinadas, deben las eſpecies que ſe numeran guardar eſta miſma propercion de los numeros que las expreſſan.* (3)

COROLARIO III.

159 Conſiſtiendo la proporcion en la igualdad de dos razones (123), y cada una de eſtas en la comparacion de dos coſas de una miſma eſpecie (107); ſe ſigue, *que en la proporcion, ò regla de tres, aplicada à numeros numerados, ſolo pueden entrar dos eſpecies; de una debe ſer la una razon, y de otra la ſegunda.*

COROLARIO IV.

160 Por conſiguiente *para diſponer*

la

la regla de tres en la debida forma, deben ser el primer, y tercer termino de una especie, y el segundo, y el quarto, que se busca, de otra; ò el primero, y segundo de una especie, y el tercero, y quarto de otra. (142)

DEFINICION XXX.

161 La regla de tres se dice *directa*, quando el primer termino crece, ò mengua, respecto del tercero, como el segundo, respecto del quarto, que se busca. Por exemplo; si 8 hombres ganan 20 pesos, 4 hombres ganaràn 10 pesos; ò bien, si 8 hombres ganan 20 pesos, 16 hombres ganaràn 40 pesos; pues en el primer caso, assi como 8 es doble de 4, 20 es doble de 10; y en el segundo caso, assi como 8 es la mitad de 16, assi tambien 20 es la mitad de 40.

DE-

DEFINICION XXXI.

162 *Inversa* se llama quando el primero crece, ò mengua, respecto del tercero, como el quarto, respecto del segundo. Por exemplo; si 8 hombres hacen cierta obra en 20 dias, 4 hombres la haràn en 40 dias; pues asi como 8 hombres es doble de 4, asi tambien 40 dias es doble de 20. ù bien, si 8 hombres hacen una obra en 20 dias, 16 hombres la haràn en 10 dias; pues asi como 8 hombres es la mitad de 16, tambien 10 dias es la mitad de 20 dias.

COROLARIO.

163 *La regla inversa se reduce à directa, poniendo el tercer termino por primero, y el primero por tercero* (161); esto es, se mudaràn mutuamente los referidos terminos.

Exem-

Exemplo 1.

164 *Un Caminante se sabe hace 7 leguas en 5 horas; preguntase, quántas horas empleará para andar 28 leguas?*

RESOLUCION.

Respecto de que lo que se busca son horas, será este termino el quarto, ò ultimo de la proporcion; por consiguiente, su semejante 5 horas será el segundo; 7 leguas el primero, y 28 el tercero (160); esto es, que la question ordenada para resolverse, será asi; Si 7 dàn 5; 28 què daràn? Reflexionando à que si un Caminante en una hora anda una legua, en dos anda dos, en tres anda tres, &c. se vè que las especies, que se numéran, guardan entre sì la proporcion de los numeros, que las expressan; y por quanto al passo que las 28 leguas crecen respecto de 7, se conoce deben

crecer las horas en que se han de caminar, la regla de tres es directa. (161)

Multiplicando, pues, el segundo termino 5 por el tercero 28, y el producto partiendolo por el primero 7, se tendrà $\frac{5.28}{7}$, = 5.4, = 20 horas por el quarto proporcional, que se desea. De suerte, que si en 5 horas se andan 7 leguas, en 20 horas se andaràn 28. (157)

Exemplo 2.

165 *Un hombre gasta* 120 *pesos en* 24 *dias; preguntase en* 60 *dias, ò dos meses, quánto gastarà?*

RESOLUCION.

Dispuestos los terminos en la debida forma, el gasto que se busca serà el quarto termino; su semejante 120 pesos, serà el segundo; 24 dias el primero, y 60 dias el tercero, con lo que se ten-

tendrà; si 24 dias dàn 120 pesos; 60 dias quántos pesos daràn? (160)

Las especies que se numéran, ya se vè guardan la proporcion de los numeros que las expressan, pues si à un dia corresponde 1 de gasto, à 2 corresponden 2, à 3 tres, &c. Asimismo reconociendose que al passo que 60 dias es mayor que 24, el quarto debe ser mayor que el segundo 120, se concluirá que la question propuesta es de regla de tres directa. (161)

Serà, pues, el quarto termino, que se busca, igual al producto del segundo termino 120 por el tercero 60, partido por el primero 24; esto es $= \frac{120.60}{24} = \frac{10.60}{2} = 5.60 = 300$ pesos; de suerte, que si en 24 dias se gastan 120 pesos, en 60 dias se gastaràn 300. (157)

Exemplo 3.

166 *En una Plaza sitiada, donde*

 hay

hay 1500 hombres de Guarnicion, hay Viveres para 8 meses; entraron de refuerzo 500 hombres; y se pregunta para quánto tiempo tendràn Viveres?

RESOLUCION.

Respecto de que lo que se busca son meses, su correspondiente 8 meses serà el segundo termino; 1500 hombres el primer termino, y el tercer termino serà 1500 + 500. hombres = 2000 hombres, que hay en todo en la Plaza; De suerte, que la proporcion serà; si 1500 hombres dàn 8 meses; 2000 hombres què meses daràn? (160)

Por quanto à proporcion que los hombres se aumentan, se disminuye el tiempo que debian durar los Viveres, se puede reconocer, que las especies que se numéran, guardan la proporcion de los numeros que las expressan, pero inversa; por consiguiente, reduciendo à di-

rec-

recta la presente question, se tendrà; Si 2000 hombres dàn 8 meses, 1500 hombres què daràn? (163)

Multipliquese el segundo 8 por el tercero 1500, y el producto partase por el primero 2000, para tener $\frac{8.1500}{2000} = \frac{8.15}{20} = \frac{4.15}{10} = \frac{2.15}{5} = 2.3 = 6$ meses. (157)

Exemplo 4.

167 *Cien Trabajadores executan una excavacion en 15 dias; otra igual porcion de excavacion en quantos dias la haràn 25 Trabajadores?*

RESOLUCION.

Ordenada la question como previene el Articulo (160), serà 100 hombres el primer termino, 15 dias el segundo, 25 hombres el tercero, y los dias que se buscan el quarto.

Atendiendo à que el trabajo es pro-

porcional al tiempo, ò à la Gente, que en èl se emplea, y à que si 100 hombres hacen una obra en 15 dias, 25 hombres la haràn en mas dias; esto es, que el primero crece respecto del tercero en la misma razon, que el quarto, respecto del segundo; se verà es una regla de tres inversa (162), y reducida à directa, serà 25 hombres à 100, como 15 à lo que venga $=\frac{100.15}{25}=4.15=60$. dias. (163,157)

Exemplo 5.

168 *Quierese saber 245 pies de Castilla quántos hacen de Parìs, baxo el supuesto de que 6 pies de Parìs componen proximamente 7 de Castilla.*

RESOLUCION.

Si 7 dàn 6; 245 daràn $\frac{6.245}{7}=6.35=210$ pies de Parìs.

Exem-

Exemplo 6.

169 *Diez varas de tela costaron 15 pesos; 25 varas què costaràn?*

RESOLUCION.

Si 10 dàn 15; 25 daràn $\frac{15.25}{10} = \frac{3.25}{2} = \frac{75}{2} = 37$ pesos y $\frac{1}{2}$.

SCHOLIO I.

170 Si algun termino de la propuesta fuere de un todo, y sus partes, se reducirà à la especie de estas (72), y en lo demàs se observaràn las reglas dadas. Por exemplo, si 12 hombres ganan por su trabajo al dia 3 pesos, y 3 reales, 18 hombres quánto ganaràn? Reducidos los pesos à reales, se tendrà que 3 pesos + 3 reales, son 48 reales; luego si 12 dàn 48; 18 daràn $\frac{48.18}{12} = 4.18 = 72$ reales. (157)

SCHOLIO II.

171 Una regla de 3 con quebrados, ſe trata del miſmo modo, que ſi fuera de enteros, multiplicando el ſegundo por el tercero, y partiendo por el primero para que reſulte el quarto (157); y aſsi ſi en $\frac{1}{3}$ de dia gano $\frac{3}{5}$ de peſo, en dia y medio quánto ganarè; eſto es, ſi $\frac{1}{3}$ dà $\frac{3}{5}$; $\frac{3}{2}$ daràn $\frac{3.3}{5.2} : \frac{1}{3} = \frac{27}{10} =$ 2 peſos, y $\frac{7}{10}$ de otro, $= \frac{7.15}{10} = \frac{7.3}{2} = \frac{21}{2} =$ 10 reales, y $\frac{1}{2}$: eſto es, en todo 2 peſos, 10 reales, y 17 mrs.

SCHOLIO III.

172 Aunque hay otras reglas de proporcion, quales ſon las *compueſtas de directas, è indirectas, las de Compañias, Aligaciones, falſas poſiciones*, y de otros nombres; ha parecido conveniente omitirlas por ahora, reſpecto de que en el Algebra ſe explicaràn, y comprehenderàn

ràn con ſuma facilidad, ſin que haſta entonces hagan falta; ademàs, que el darlas aqui, ſolo ſerviria de confuſion, y atraſſo. Lo dicho en eſte aſſumpto es ſuficiente para lo que por el preſente ſe puede neceſsitar.

SECCION VI.

DE LAS POTENCIAS, *y sus raìces.*

DEFINICION XXXII.

173 Si qualquier numero 2 se multiplica por sì mismo, el producto 4 se llama *numero quadrado*; y el referido numero 2 se dice *raìz quadrada* de 4.

DEFINICION XXXIII.

174 Si el numero quadrado 4 se multiplica por su raìz 2, el producto 8 se llama *numero cūbico*, y el 2, *raìz cubica del* 8.

DEFINICION XXXIV.

175 Si el numero cubico 8 se multi-

tiplica por ſu raiz 2, el producto 16 ſe llama *quadrado quadrado* del 2; y como eſtas multiplicaciones ſe pueden continuar al infinito, los productos reſultantes ſe diſtinguen comunmente con los nombres generales de *Potencias*, *Poteſtades*, *Dignidades*, ò *Grados*.

DEFINICION XXXV.

176 Diceſe, pues, *Potencia*, *Poteſtad*, *Dignidad primera*, ò *del primer grado* la raiz 2; *Potencia ſegunda*, ò *del ſegundo grado*, el quadrado 4=2.2; *Potencia tercera*, ò *del tercer grado*, el cubo 8=2.2.2; *Potencia quarta*, ò *del quarto grado*, el quadrado quadrado 16=2.2.2.2. y aſsi de otras.

DEFINICION XXXVI.

177 *Exponente* de una Potencia ſe dice el que expreſſa el numero de ſus

raì-

raices; Aſsi el exponente del quadrado es 2; porque dos ſon ſus raices iguales; el exponente del cubo es 3; porque tres ſon ſus raices iguales.

DE LA RAIZ QUADRADA.

DEFINICION XXXVII.

178 *Extraer la raiz quadrada de un numero* 4, es hallar el numero 2, que multiplicado por sì miſmo, le produce.

PROPOSICION XIV.

THEOREMA.

179 *El quadrado de un numero dividido en dos partes, es igual à los quadrados de las partes, mas al doble producto de la primera por la ſegunda parte.*

DEMONSTRACION.

Si el numero 12, por exemplo, dividido en dos partes 10 + 2, se quadra, ò multiplica por sì mismo (173), se multiplica primero 2 por 2, esto es, se quadra el 2; despues el 2 por 10, despues el 10 por 2, y ultimamente el 10 por sì mismo, esto es, se quadra el 10, como todo consta de las reglas del multiplicar (49); luego la suma de estos productos, ò quadrado de 12, se compone de los quadrados de las partes, y del doble producto hecho de la primera por la segunda parte. Lo mismo sucede con qualquier otro numero mayor, por exemplo 123, que se considere dividido en dos qualesquiera partes 120 + 3; ò 100 + 23, pues siempre se verà lo propuesto, segun que tambien aqui se manifiesta.

Exemplo 1.

$$\begin{array}{rr} 12 = & 10 + 2 \\ 12 = & 10 + 2 \\ \hline 24 & 2.10 + 2.2 \\ 12 & 10.10 + 2.10 \\ \hline 144 = & 10.10 + 2.10 + 2.2 \\ & + 2.10 \\ \hline \end{array}$$

10.10 = 100. Quadrado de 10

$\left.\begin{array}{l} 2.10 = 20. \\ 2.10 = 20. \end{array}\right\}$ doble producto de 10 por 2.

2. 2 = 4. Quadrado de 2.

144. Quadrado de 12.

Exemplo 2.

123 =	120 + 3
123 =	120 + 3
369	120.120 + 3.120 + 3.3
246	3.120
123	
15129 =	120.120 + 3.120 + 3.3
	+ 3.120

120.120 = 14400. Quadrado de 120.
3.120 = 360 } doble prod^{to} de 120 por 3.
3.120 = 360 }
3.3 = 9. Quadrado de 3.

15129. Quadrado de 123.

Exem-

Exemplo 3.

123 =	100 + 23
123 =	100 + 23
369	100.100 + 23.100 + 23.23
246	23.100
123	
15129 =	100.100 + 23.100 + 23.23
	+ 23.100

100.100 =	10000.	Quadrado de 100
23.100 =	2300	doble prod.^to de 100 por 23.
23.100 =	2300	
23. 23 =	529	Quadrado de 23.
	15129.	

PRO-

PROPOSICION XV.

THEOREMA.

180 *Si qualquier numero ſe quadra, ſu quadrado conſtarà del doble numero de notas, que ſu raiz, ò del doble menos una nota.*

DEMONSTRACION.

El quadrado de 1 es 1; y el de 10 es 100, que es el primer numero, que tiene tres notas; luego los quadrados de 1 à 9 podràn tener de una à dos notas lo mas; eſto es, el doble, que ſus raices, ò el doble, menos una nota. Aſsimiſmo el quadrado de 100 es 10000, que es el primer numero que tiene cinco notas; luego los quadrados de 10 à 99, podràn tener de 3 haſta 4 notas lo mas, eſto es, el doble numero que ſus raices, ò el doble, menos una nota; y aſsi en adelante.

COROLARIO.

181 De esto se colige, que *si un numero quadrado se divide de dos en dos notas, comenzando por la derecha, cada division, darà una nota en la raiz, sin que obste que la ultima division de la izquierda conste de una nota solamente.* Para facilitar las operaciones en la extraccion de la raiz quadrada, se deberà tener presente, ù de memoria la siguiente

TABLA

DE LOS QUADRADOS DE LOS numeros *Digitos*.

Raices....	0.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.
Quadrados.	0.	1.	4.	9.	16.	25.	36.	49.	64.	81.

PRO-

PROPOSICION XVI.

PROBLEMA.

182 *Extraer la raiz quadrada de qualquier numero*, por exemplo, 8450649.

RESOLUCION.

Dividase el numero propuesto con comas de dos en dos notas, comenzando por la derecha; puede la ultima division de la izquierda constar de dos notas, ò una sola, y cada division representarà una nota, ò numero digito de la raiz. (181)

De la primera division 8, como si estuviera sola, saquese la raiz quadrada, en virtud de la Tabla (181). Y respecto de que no es alguno de los numeros quadrados contenidos en ella, tomese la raiz del quadrado proximo menor 4, que es 2, y escribase en el lugar del

quociente: ſu quadrado 4 pongaſe debaxo del 8 para reſtarlo, con lo que ſe tendrà el reſiduo 4.

Exemplo 1.

8,45,06,49 | 2907. Raiz hallada.

4 Quadrado del 2

4,45. reſta, y ſegunda diviſion
4 9
4,41 Doble producto de 20 por 9 + el quad.do de 9.

4,06. Reſta, y diviſion tercera.
5 8 0
0 0 0

406,49. Reſta, y quarta diviſion.
5807
406,49. Doble producto de 2900 por 7 + el (quadrado de 7.

00000

Al reſiduo 4 añadanſe en ſeguida las otras dos notas 45 de la ſegunda diviſion, con lo que ſe tendrà 445, y toman-

mando la raiz hallada 2 por primera parte, y la nota embebida en la ſegunda diviſion por ſegunda (180), ſe doblarà la raiz 2; por cuyo doble 4, colocado en el lugar de las decenas, ſe partirà 445, y el quociente 9 ſe eſcribirà en ſu lugar por ſegunda nota; Multipliqueſe 9 por sì miſmo para tener ſu quadrado, y por el diviſor 4 para tener el doble producto, eſto es, el 9 por 49, y el producto 441, reſteſe de 445, queda por reſta 4. *Que el 2 ò ſu doble 4 repreſente decenas, proviene de que la nota 9, que ſe và à buſcar, conſtituye al 2 en el lugar de las decenas* (8)

Al reſiduo 4 añadanſe en ſeguida las otras dos notas de la tercera diviſion, con lo que ſe tendrà 406, y conſiderando la raiz hallada 29 por primera parte, y la nota embebida en la tercera diviſion por ſegunda (180), ſe doblarà 29, y por ſu doble 58, colocado en el lugar de las decenas, ſe partirà 406,

que tocando à cero, ſe eſcribirà al quociente; el producto del cero por sì miſmo, y por el diviſor 58, es cero, por lo que el reſiduo ſerà el miſmo 406.

A eſte reſiduo ſe añadiràn à continuacion las otras dos notas, y ſe tendrà 40649; tomando la raiz hallada 290 por primera parte, y por ſegunda la nota que correſponde à la quarta diviſion, ſe doblarà, y por ſu doble 580, colocado en el lugar de las decenas, partaſe 40649, y ſe tendrà el quociente 7, y deſpues de eſcrito, en ſu lugar ſe multiplicarà por sì miſmo, y por 580, eſto es, por 5807; ſu producto 40649, reſteſe de 40649, que dando por reſiduo cero, ſerà 2907. la raiz del numero propueſto.

Exemplo 2.

Para extraer la raiz quadrada de 149, dividaſe del miſmo modo con comas de dos en dos notas por la derecha,

y extraygaſe la raiz de 1, que ſiendo 1, ſe eſcribirà al quociente; ſu quadrado, 1, reſtado del 1, dà cero, y baxando las otras dos

149 | 12. Raiz hallada.
1
049. Reſta.
22
44 Doble prod.^{to} de 1 por 2 + el q.^{do} de 2.
5 Reſta ultima.

notas 49, ſe partiràn eſtas por el doble de la raiz hallada, 1 = 10, eſto es, por 20; ù bien 4 por 2, cuyo quociente 2 ſe eſcribirà à ſu lugar, multipliqueſe la nota 2 por sì miſma, y por el diviſor 20; eſto es por 22, cuyo producto 44, reſtado de 49, dà de reſiduo 5; con lo que ſe concluirà, que la raiz de 149 es 12, y ſobran 5; què ſe haya de hacer con eſte reſiduo, ſe dirà deſpues. (195)

SCHOLIO I.

183 Si en el primer exemplo ſe

 mul-

multiplica la raiz hallada 2907 por sì misma, y produce el numero propuesto 8450649, es prueba de la bondad de la operacion; y si en el segundo exemplo se quadra 12, y al producto 144 se añade el residuo 5, y en todo compone 149 numero propuesto, es indicio de no haverse cometido error alguno. (173)

SCHOLIO II.

184 Quien quisiere acostumbrarse à extraer la raiz quadrada de qualquier numero con promptitud, y descanso; propongase diferentes numeros para quadrarlos, y despues extrayga de ellos la raiz quadrada, pues se sabe debe resultar el numero propuesto. (173)

DE LA RAIZ CUBICA.

DEFINICION XXXVIII.

185 *Extraer la raiz cubica de un nu-*

me-

mero 8, es hallar el numero 2, que multiplicado por su quadrado, le produce.

PROPOSICION XVII.

THEOREMA.

186 *El cubo de un numero dividido en dos partes, se compone de los cubos de las partes, mas del triplo producto hecho del quadrado de la primera por la segunda, y del triplo producto hecho del quadrado de la segunda por la primera.*

DEMONSTRACION.

Porque si el numero 12, por exemplo, dividido en dos partes 10 + 2 se quadra, su quadrado 144 consta del quadrado de la primera parte 10 = 10.10; del quadrado de la segunda parte = 2.2; y del doble producto 2.10; 2.10, de la primera por la segunda parte (179); luego si este quadrado se multiplica por su

ſu raiz 10 + 2 para tener el cubo de eſta; la ſuma de los productos parciales ſe compondrà del producto de 10.10 multiplicado por 10, eſto es, del cubo de 10 = 10. 10. 10 = 1000; del producto de 2. 10 multiplicado por 10, eſto es, del producto del quadrado de 10 por 2 = 10.10.2 = 200; del producto otra vez de 2.10, multiplicado por 10; del producto de 2.2 multiplicado por 10, eſto es, del producto del quadrado de 2 por 10 = 2.2.10 = 40; del producto de 10. 10, multiplicado por 2, eſto es, del producto del quadrado de 10 por 2; de otros dos productos cada uno de 2.10, multiplicado por 2, eſto es, cada uno del quadrado de 2 por 10 = 2.2. 10 = 40 + 40; ỹ ultimamente, del producto de 2.2 multiplicado por 2. eſto es, del cubo de 2 = 2.2.2 = 8. Como todo conſta de las reglas del multiplicar, y aqui ſe manifieſta.

Lo miſmo ſe probarà ſi la raiz tu-

vie-

viere mas de dos notas, pues tomadas qualesquiera notas por la primera parte, y las demàs por la segunda, se verà que el cubo total se compone de los productos referidos.

Raiz = 10 + 2 = 12

10 + 2 = 12

10.10 + 2.10 + 2.2 = 144 Quadrado

2.10

Raiz = 10 + 2 = 12

10.10.10 + 2.10.10 + 2.2.10 + 2.2.2 = 1728.

2.10.10 + 2.2.10

2.10.10 + 2.2.10

10. 10. 10. = 100 cubo de 10

2. 10. 10 }
2. 10. 10 } = 600 Tres productos del quadrado de 10 por 2
2. 10. 10 }

2. 2. 10 }
2. 2. 10 } = 120 Tres productos del quadrado de 2 por 10
2. 2. 10 }

2. 2. 2 = 8 Cubo de 2.

1728. Cubo de 12 = 10 + 2.

PRO-

PROPOSICION XVIII.

THEOREMA.

Si qualquier numero ſe cubica, ſu cubo conſtarà de triplo numero de notas que ſu raiz, el triplo menos dos notas, ò el triplo menos una nota.

DEMONSTRACION.

El cubo de 1 es 1, y el de 10 es 1000, que es el primer numero, que conſta de quatro notas; luego los cubos deſde 1 à 9 podràn tener de una, dos, y haſta tres notas lo mas. Aſsimiſmo el Cubo de 100 es 1000000, que el primero que tiene ſiete notas; luego los Cubos deſde 10 à 99, podràn tener de quatro, cinco, y haſta ſeis notas; igualmente el Cubo de 100 es 1000000000, que el primero que conſta de diez notas;

lue-

luego los Cubos de 100 à 999 podràn tener de ſiete, ocho, y haſta nueve notas. Verificandoſe ſiempre lo propueſto, como ſe puede reconocer.

COROLARIO.

188 Aſsi un numero cubico dividido por la derecha de tres en tres notas, cada diviſion repreſentarà una nota de la raiz, ſin que obſte que la ultima diviſion de la izquierda conſte de dos notas, ò de una ſola. Para la extraccion de la raiz cubica, ſe tendrà igualmente preſente, ſi no ſe ſabe de memoria, la ſiguiente

TABLA

DE LOS CUBOS DE LOS numeros *digitos*.

Raices...	0,	1,	2,	3,	4,	5,	6,	7,	8,	9,..,
Cubos...	0,	1,	8,	27,	64,	125,	216,	343,	512,	729,

PRO-

PROPOSICION XIX.

PROBLEMA.

189 *Extraer la raiz cubica de qualquier numero dado*, por exemplo, 1740992427.

RESOLUCION.

Dividaſe el numero propueſto con comas de tres en tres notas, comenzando por la derecha; la ultima diviſion de la izquierda puede conſtar de tres notas, dos, ò una ſola; y tantas quantas diviſiones haya, tantas notas, ò numeros digitos havrà en la raiz. (188)

Saqueſe la raiz cubica de la primera diviſion 1, que ſe eſcribirà al quociente; ſi no la tuvieſſe juſta, ſe tomarà la raiz cubica del numero proximo menor cubico, y eſcrito el 1, ò el cubo proximo

mo menor debaxo de 1, para restarlo, se tendrà por la resta cero.

Al residuo añadanse en seguida las tres notas de la segunda division, y se tendrà 740; quadrese la raiz hallada 1, y serà 1; tripliquese, ò multipliquese por 3 para tener el triplo quadrado de la primera parte=300 por el valor local del 1, *pues la nota que se và à buscar constituye este* 1 *en el lugar de las decenas* (8); partase 740 por 300, ù 7 por 3, y les toca à 2 por otra parte de la raiz que se escribirà al quociente; multipliquese el quociente 2 por el divisor 300, para tener el triplo quadrado de 1 por 2; quadrese asimismo la nota 2, y serà 4, que triplicado serà 12, y multiplicando 12 por 10, darà 120 por el producto del triplo quadrado de la segunda nota 2 por la primera 1; cubiquese la segunda nota 2, y el cubo 8, sumese con los productos antecedentes 600+120, y la suma

ma 728 reſteſe de 740, que dà por reſiduo 12.

Al reſiduo 12 añadanſe à continuacion las otras tres notas 992 de la tercera diviſion, y ſe tendrà 12992; y conſiderando la raiz hallada 12 como la primera parte, quadreſe, y ſe tendrà 144; tripliqueſe, y darà 432, eſto es, por ſu valor local 43200, pues 12 vale 120 (8), partiendo, pues, 12992 por 43200, les toca à cero, que eſcribo al quociente, ſiendo el reſiduo el miſmo 12992.

Al reſiduo 12992 eſcribanſe en ſeguida las otras tres notas de la quarta, y ultima diviſion 427, y ſe tendrà 12992427, y tomando la raiz hallada 120, como primera parte quadreſe, y ſe tendrà 14400; tripliqueſe, y ſerà 43200, que por ſu valor local ſerà 4320000; partaſe 12992427 por 4320000, y el quociente 3 ſe eſcribirà en ſu lugar; deſ-

pues

pues ſe multiplicarà el 3 por 4320000 para tener el producto del triplo quadrado de 1200 por 3; multipliqueſe aſsimiſmo la primera parte de la raiz 1200 por 27 triplo quadrado de la ſegunda parte 3, y cubiqueſe el 3; cuyos productos 12960000; 32400; y 27, ſumenſe, y la ſuma 12992427, reſteſe de 12992427, y ſiendo la reſulta cero, ſe concluirà, que la raiz cubica de 1740992427, es 1203.

Exemplo 1.

1, 740, 992 , 427 | 1203. Raiz.

1 Cubo de 1

0, 740 Reſta, y ſegunda diviſion.
300 Triple quadrado de 10.
600 Triple quadrado de 10 multjplicado por 2.
120 Triple quadrado de 2 multiplicado por 10.
8 Cubo de 2.

728

12, 992 Reſta , y tercera diviſion.
43 200 Triple quadrado de 120.
00 000

12,992,427, Reſta, y quarta diviſion.
4 320 000 Triple quadrado de 1200.
12 960 000 Triple quadrado de 1200 por 3.
032 400 Triple quadrado de 3 por 1200.
00 27 Cubo de 3.

12,992,427.

00 000 000

Exem-

Exemplo 2.

Haviendo de extraer la raiz cubica de 34793, dividaſe del miſmo modo de 3 en 3 notas, comenzando por la derecha.

De la primera diviſion de la izquierda 34 ſaqueſe la raiz cubica, y reſpecto de hallarſe 34 entre el cubo 27 y el cubo 64, tomeſe la raiz de 27 que es 3 y eſcribaſe al quociente, y reſtando 27 de 34, quedan 7, à cuyo reſiduo ſe añadiràn en ſeguida las otras tres notas 793, y ſe tendrà 7793.

34, 793 | 32. Raiz.
27 Cubo de 3.
7,793 Reſta, y ſegunda diviſ.
2 700 Triple quadrado de 30.
5 400 Triple quad.do de 30por 2.
3 60 Triple quad.do de 2 por30.
8 Cubo de 2.
5768
2025 ultima reſta.

Quadreſe 3, y ſe tendrà 9, tripli-

pliquese, y se tendrà 27, ù 2700, si consideramos que el 3 por su valor, al respecto de la nota, que debe venir en la raiz, vale 30 (8); partase 7793 por 2700, ù bien 77 por 27, y les toca à 2, que escribo al quociente; multipliquese 2700 por 2, y se tendrà 5400; multipliquese 12, triple quadrado de 2 por la primera parte 30, y se tendrà 360; cubiquese asimismo 2, y se tendrà 8, cuyos productos 8, 360, y 5400 sumados dàn 5768, que restado de 7793, quedan 2025; por lo que la raiz del numero propuesto es 32, y sobran 2025, esto es, que se halla entre 32, y 33.

SCHOLIO I.

190 Si la raiz hallada se cubica, y en el primer caso produce el mismo numero dado, y en el segundo se añade al cubo de 32 los 2025 que sobraron, y en todo componen el numero propues-

to 34793, es prueba de haverse bien operado. (185)

SCHOLIO II.

191 Siendo la extraccion de la raiz cubica mas embarazosa que la quadrada, con mas fuerte razon se encarga aqui (184), que para acostumbrarse à estas operaciones se cubiquen varios numeros, y despues de ellos se extrayga la raiz cubica, siguiendo las reglas dadas.

PROPOSICION XX.

PROBLEMA.

192 *Extraer la raiz quadrada, ò cubica de qualquier quebrado, quadrado, ò cubico.*

RESOLUCION, Y DEMONSTRACION.

Extraygase la raiz quadrada, ò la cu-

cubica, si esta se desea, del numerador, como tambien del denominador, cuyas dos raices puestas por numerador, y denominador de un quebrado, serà este la raiz quadrada, ò cubica del quebrado propuesto: pues para quadrar un quebrado, se debe multiplicar este por sì mismo, y para cubicarlo se debe multiplicar el quadrado por su raiz. (173, 174)

Exemplo.

Sea el quadrado $\frac{225}{625}$, de quien se ha de extraer la raiz quadrada; la raiz del numerador, segun las reglas dadas, es 15, la del denominador es 25; con que se tendrà, que la raiz del quebrado es $\frac{15}{25}$; pues multiplicado $\frac{15}{25}$ por $\frac{15}{25}$, dà $\frac{225}{625}$.

Sea el quebrado $\frac{4096}{9261}$, de quien se debe extraer la raiz cubica; la raiz del numerador es 16, la del denominador 21; luego la raiz del quebrado propuesto

es

es $\frac{16}{21}$; pues $\frac{16}{21} \cdot \frac{16}{21} \cdot \frac{16}{21} = \frac{4096}{9261}$ numero propuesto.

PROPOSICION XXI.

THEOREMA.

193 *El numero que no tenga raiz justa en enteros, tampoco la tendrà en enteros con quebrados.*

DEMONSTRACION.

Supongase que la raiz del numero 6, que se halla entre 2 y 3, es $2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$ (72); deberà, pues, ser $\frac{5}{2} \cdot \frac{5}{2} = \frac{25}{4} =$ al numero propuesto 6 (173); 1 por suposicion no mide à $\frac{5}{2}$ (81), luego tampoco medirà à $\frac{25}{4}$ (85); y siendo proporcionales 1 à $\frac{25}{4}$, como 4 à 25 (128), tampoco 4 medirà à 25, esto es, no serà reducible à enteros (69) que es absurdo; pues debe ser igual al numero entero 6,

 men-

mensurable exactamente por la unidad (70), por consiguiente $\frac{5}{2}$ no es la raiz quadrada de 6, ni lo serà qualquier otro quebrado; lo mismo se debe entender de la raiz cubica.

COROLARIO.

194 Respecto de que los numeros, ò son enteros, ò quebrados, y el numero que carece de raiz en enteros, tampoco la tiene en quebrado; las raices de estos numeros no se podràn expressar con numero alguno. Dicense por esto mismo *incomensurables*, ò *irracionales*, à distincion de los numeros de que usamos, que se llaman *comensurables*, ò *racionales*, porque pueden ser medidos de la unidad; se aproxima empero su valor, como previene la Proposicion siguiente.

PRO-

PROPOSICION XXII.

PROBLEMA.

195 *Aproximar una raiz quadrada.*

RESOLUCION.

Sea à este fin el numero 149 del articulo (182), cuya raiz vimos era menor que 13, y mayor que 12; si se quiere aproximar en partes decimas, se multiplicarà el ultimo residuo 5 por 100, que se harà añadiendo dos ceros en seguida à 5; si se quiere en centesimas, se multiplicarà 5 por 10000; si en milesimas, por seis ceros; y asi duplicando el numero de ceros.

Continuese doblando la raiz hallada, para tener otra nota, que seràn partes decimas, doblese todo lo hallado para tener otra nota, que seràn centesimas;

mas; y aſsi en adelante, haſta donde ſe quiera continuar.

149	1220	Raiz.
1	100	
0,49		
22		
44		
0500	Para decimas.	
242		
484		
01600	Para centeſimas.	
2440		
0000		
160000	Para milleſimas.	

Serà, pues, la raiz de 149 $= \frac{1220}{100}$ ò bien 12 y $\frac{20}{100}$ proximamente $=$ 12 y $\frac{2}{10}$.

DE-

DEMONSTRACION.

El numero 149 es $= \frac{149}{1} = \frac{14900}{100} = \frac{1490000}{10000} = \frac{149000000}{1000000} =$ &c. (70,79) luego ſacando la raiz del numerador al modo ordinario, y tambien del denominador, ſe tendràn en el primer caſo decimas, en el ſegundo centeſimas, y en el tercero milleſimas, &c.

SCHOLIO I.

196 En las Fracciones decimales ſe ſuele omitir el denominador, reſpecto de conſtar ſolo de la unidad, y algunos ceros. Para indicarlas ſe pone un punto deſpues del lugar que correſponde à la unidad, llenando, ſi fuere neceſſario, los lugares vacìos con ceros, aſsi en lugar de $\frac{103}{1000}$ ſe eſcribe 0.103; en lugar de $\frac{294103}{1000}$ ſe eſcribe 294.103; en lugar de 2 y $\frac{18.}{10000}$ ſe eſcribe 2.0018,&c.

SCHO-

SCHOLIO II.

197 *En qualquier operacion ſe debe obſervar que nunca ſobre el doble de la raiz mas la unidad*, pues ſi eſto ſucedieſſe, es ſeñal que el quociente es pequeño, y que les cabe à mas, fundandoſe eſto en que *ſi à un numero quadrado qualquiera* 4 *ſe le añade el doble de ſu raiz* 2 = 4 *mas la unidad ſe tiene el quadrado proximo mayor* = 4 + 4 + 1 = 9.

PROPOSICION XXIII.

PROBLEMA.

198 *Aproximar una raiz cubica.*

RESOLUCION.

Sea la del numero 34793 del artic. (189) que ſe halla entre 32 y 33, ſiendo el ultimo reſiduo 2025; para decimas, multipliqueſe por 1000; para centeſimas por 1000000, &c. Tripliqueſe el quadrado de la raiz hallada 32, y por èl

èl partaſe 2025000. para hallar otra nota, que ſeràn decimas; deſpues tripliqueſe el quadrado de todo lo hallado para encontrar otra nota, que ſeràn centeſimas, y aſsi en adelante.

| 3264 Raiz.

2025000 Para decimas, 100
301200
1843200
34560
216

1877976

0147024000 Para centeſimas.
31882800
127531200
156480
64

127687744

0193362560000 Para milleſimas.

DE-

DEMONSTRACION.

$$34793 = \frac{34793}{1} = \frac{34793000}{1000} = \frac{34793000000}{1000000}$$

(70,79) Luego ſacando la raiz cubica del numerador, y del denominador al modo ordinario, ſe tendrà por tres ceros decimas, por ſeis ceros centeſimas, por nueve ceros mileſimas.

SCHOLIO I.

199 *Se debe tener cuidado en la extraccion de la raiz cubica, que nunca ſobre el triplo, del quadrado de la raiz hallada, mas el triplo de la raiz, mas la unidad*; pues ſi eſto ſucedieſſe, debe ſer el quociente mayor de lo que ſe diò en èl, fundandoſe en que *ſi à qualquiera numero cubico* 8, *ſe le añade el triplo del quadrado de ſu raiz* igual 12; *mas el triplo de ſu raiz* igual 6; *mas la unidad ſe tendrà el cubo proximo mayor* igual 27.

SCHO-

SCHOLIO II.

200 Quando ſolo ſe quiere indicar la raiz, que ſe ha de extraer de un numero, ſirve eſte ſigno $\sqrt{}$, eſcrito encima el exponente de la raiz; y aſsi $\sqrt[2]{6}$ quiere decir raiz quadrada de 6: $\sqrt[3]{9}$ quiere decir raiz cubica de 9.

SCHOLIO III.

201 De las demàs raices ſuperiores ſe hablarà en el Algebra, donde tienen ſu uſo, baſtando por ahora, y para lo que ſe puede ofrecer en la Geometria, la noticia de las quadradas, y cubicas.

FIN DE LA ARITHMETICA.

A 086-B/207
UNIVERSIDAD DE SEVILLA
600705280
i2649419x

86

ARIT
METI
CA

T. I.

207


colorchecker CLASSIC
calibrite
mm